

**GIOVANNI GENTILE E ETTORE MAJORANA:
LA COMPARSA DELLA TEORIA DEI GRUPPI
NELLA FISICA TEORICA ITALIANA**

LUISA BONOLIS

Email: luisa.bonolis@roma1.infn.it

La teoria dei gruppi, nata nel 1830 con le ricerche di Evariste Galois sulla risolubilità delle equazioni algebriche, si sviluppa nel corso del XIX secolo fino a permeare grandi settori della matematica. A cavallo del secolo, una svolta sorprendente della teoria ha luogo per opera di Burnside e di Georg Frobenius e del suo allievo Issai Schur: la creazione della teoria delle rappresentazioni dei gruppi finiti, che si dimostra una potente tecnica d'indagine per lo studio della struttura di tali gruppi. Durante questo periodo il calcolo è diventato il linguaggio della fisica dopo la trionfale esplosione della matematica delle equazioni differenziali iniziata da Newton e Leibniz; tuttavia, un certo numero di novità si affermano verso la fine degli anni '20 del Novecento nella pratica corrente della fisica teorica, violentemente indirizzata verso l'astrazione dall'avvento di tecniche operatoriali introdotte dalla nuova meccanica quantistica e da proprietà che rappresentano una generalizzazione di concetti diffusi in geometria come le trasformazioni di Lorentz della relatività speciale e il calcolo tensoriale della relatività generale. In questo panorama, dove la "transformation theory" conferisce il *look* finale all'intreccio di matematica e fisica nella nuova meccanica quantistica, la teoria dei gruppi fa improvvisamente irruzione, nell'autunno del 1926, quando Jenő Pál Wigner introduce metodi gruppi nello studio della struttura atomica e molecolare e Hermann Weyl pubblica *Gruppentheorie und Quantenmechanik*. La reazione della comunità dei fisici è lontana dall'essere entusiastica. Negli anni '20 e '30 l'uso della teoria dei gruppi si estende, dalla chimica e dalla spettroscopia, alla fisica nucleare e delle particelle negli anni '30 e '40, ma irritazione e disgusto caratterizzano la tipica reazione dei fisici ancora negli anni '50.

In Italia i matematici si occupano molto presto di teoria dei gruppi, in particolare coloro che fanno capo alla scuola matematica pisana, a cui si forma Giovanni Gentile jr, che da Luigi Bianchi è iniziato a questi argomenti. Presumibilmente fu lo stesso Gentile a far apprezzare la teoria dei gruppi a Ettore Majorana, che notoriamente fu un ammiratore di Weyl e di Wigner. L'inclinazione di Gentile e Majorana verso le matematiche astratte si contrappone fortemente all'ambiente culturale del gruppo romano di Via

Panisperna, dominato dal pragmatismo matematico di Enrico Fermi e dall'*animus* essenzialmente sperimentale di Franco Rasetti. Nel 1932, Majorana pubblica la sua *Teoria relativistica di particelle con momento intrinseco arbitrario* nella quale costruisce e applica per la prima volta le rappresentazioni infinito-dimensionali del gruppo di Lorentz, precedendo di circa sette anni lo stesso Wigner che nel 1939, in uno dei suoi lavori più famosi, "On unitary representations of the inhomogeneous Lorentz group", che rappresenta il culmine dell'approccio gruppo-teoretico alla relatività, estende il metodo di Frobenius per ottenere tutte le rappresentazioni del gruppo di Lorentz non omogeneo, o gruppo di Poincaré. Nello stesso anno, contemporaneamente a Wigner, Giovanni Gentile jr pubblica *Sulla rappresentazione del gruppo di Lorentz e sulla teoria di Dirac dell'elettrone*, in cui si occupa in modo molto moderno di una possibile rappresentazione del gruppo di Lorentz in uno spazio a quattro dimensioni. L'anno successivo, nel lavoro *Sulle equazioni d'onda relativistiche di Dirac per particelle con momento intrinseco qualsiasi*, Gentile ritorna sul tema trattato da Majorana nel 1932 e ripreso nel 1936 da Dirac. Questi lavori esulavano nel modo più assoluto dagli interessi dell'ambiente romano, Fermi compreso, e sono quindi da ricollocare nel panorama più generale della fisica teorica dell'epoca, per poterne apprezzare il valore fortemente innovativo rispetto allo scenario italiano.

1. Teoria dei gruppi e meccanica quantistica

Il 10 agosto 1926 Heisenberg pubblica sulla *Zeitschrift für Physik* "Mehrkörperproblem und Resonanz in der Quantenmechanik", dove per la prima volta le implicazioni del principio di esclusione per particelle identiche giocano un ruolo fondamentale,¹ e subito dopo è il primo a risolvere con successo il problema dello spettro dell'elio applicando il principio di Pauli. La soluzione quantomeccanica del problema a molti corpi attrae l'attenzione dell'ungherese Jenő Pál Wigner, laureatosi a Berlino nel 1924 in ingegneria chimica, ma con una gran passione per la fisica teorica.² Wigner affronta il problema della simmetria delle autofunzioni sotto

¹ W. Heisenberg, *Zeit. f. Phys.***38** (1926), 411-426.

² Per notizie biografiche su Wigner si veda J. Mehra, *Eugene Paul Wigner: Aspects of his life, Work, and Personality*, in J. Mehra, *The Golden Age of Theoretical Physics Vol 2* (World Scientific, 2001), 912-950; F. Seitz, E. Vogt, and A. M. Weinberg, "Eugene Paul Wigner November 17, 1902 — January 1, 1995", *Biographical Memoirs of the National Academy of Sciences*.

permutazione degli elettroni e il 12 novembre 1926 la *Zeitschrift für Physik* accetta un suo articolo in cui estende i risultati di Heisenberg agli atomi con tre elettroni³ Il lavoro termina con la promessa di una generalizzazione agli atomi con più elettroni. Tuttavia, nel frattempo gli appare chiaro che questi metodi sono proibitivi già nel caso di atomi con più di tre elettroni (nel caso di tre elettroni Wigner aveva dovuto risolvere un'equazione di sesto grado): "I realized that this is connected with group theory, because I knew group theory from much earlier ... I talked to Johnny von Neumann about it...He knew which article to give me to read: one by Frobenius and Schur. It had an enormous effect on me".⁴

Nel giro di quindici giorni Wigner presenta un secondo lavoro che riguarda il caso generale di n elettroni, ricevuto dalla *Zeitschrift der Physik* il 26 November 1926 e nel frattempo, quasi simultaneamente, Heisenberg spedisce la seconda parte del suo lavoro sul problema a molti corpi, ricevuto dallo *Zeitschrift für Physik* il 22 dicembre del 1926.⁵ Anche lui si è reso conto che i suoi precedenti risultati sono generalizzabili a sistemi a molti elettroni utilizzando metodi derivati dalla teoria dei gruppi: "There was first the helium problem where one saw the two term systems. And then I tried to do a similar thing for molecules with three equal nuclei. There I realized that I had to do with a new group property. But I couldn't do it well, and then the paper of Wigner appeared, who really did the things well."⁶

In un lungo lavoro pubblicato pochi mesi più tardi Wigner fa un resoconto sistematico della teoria delle rappresentazioni dei gruppi,⁷ citando come riferimenti bibliografici il libro di Speiser *Theorie der Gruppen von endlicher Ordnung* (1923), il lavoro di Weyl *Theorie der Darstellung der einfachen kontinuierlichen Gruppen* (1924), e gli articoli di Schur.

Il commento di Heisenberg anni più tardi fu: "...I could see that Wigner had, by his method, solved certain problems which I could not properly solve...in the Wigner paper I could see that all was much better mathematics

³ E.P. Wigner, "Über nicht kombinierende Terme in der neueren Quantentheorie. Erster Teil", *Zeit. f. Phys.* **40** (1926), 492-500.

⁴ Wigner intervistato da W. Aspray (1985), Transcript Number 44 (PMC44), "The Princeton Mathematics Community in the 1930s". Wigner e von Neumann erano amici dall'epoca della scuola a Budapest, entrambi si erano poi iscritti alla Technische Hochschule di Berlin specializzandosi in ingegneria chimica.

⁵ W. Heisenberg, "Mehrkörperprobleme und Resonanz in der Quantenmechanik. II", *Zeit. f. Phys.* **41**, 239-267.

⁶ Heisenberg intervistato da T. Kuhn il 19 febbraio 1963, p. 14 (AHQP).

⁷ E. Wigner, "Einige Folgerungen aus der Schrödingerschen Theorie für die Termstrukturen", *Zeit. f. Phys.* **43** (1927), 624-652.

...Therefore, it was definitely an improvement. Still, it did involve many new mathematical techniques, which so far no physicist had ever known. So, we had to sit and learn group theory and read Schur's papers and that kind of thing. Everybody was a bit exhausted and felt, 'Well, it's just awful that we have to learn all that stuff'...So actually, I took the book of Schur and studied it very carefully...".⁸

La moda della teoria dei gruppi inaugurata da Wigner e Heisenberg alla fine del 1926 s'impone sulla *Zeitschrift für Physik* nel corso del 1927. I metodi di Wigner sono applicati da Friedrich Hund e da Walter Heitler e Fritz London.⁹ Uno dei primi passi verso il programma di derivare le relazioni fondamentali della meccanica quantistica a partire da principi di simmetria di carattere gruppo-teoretico è rappresentato dal lavoro di Weyl "Quantenmechanik und Gruppentheorie" apparso nel 1927 sulla *Zeitschrift für Physik*, in cui Weyl aveva scritto: "Hier glaube ich mit Hilfe der Gruppentheorie zu einer tieferen Einsicht in den wahren Sachverhalt gelangt zu sein".¹⁰

L'anno successivo John von Neuman e Wigner pubblicano un gruppo di tre articoli dove danno una base più rigorosa agli aspetti riguardanti lo spin dell'elettrone.¹¹ Questo lavoro, un notevole balzo in avanti verso la piena comprensione delle conseguenze spettroscopiche del principio di Pauli, fornisce la ragione profonda dell'esistenza degli spinori, prima introdotti *ad hoc*.

⁸ Heisenberg intervistato da T. Kuhn il 5 luglio 1963, p.21 (AHQP).

⁹ F. Hund, Symmetriecharaktere von Termen bei Systemen mit gleichen Partikeln in der Quantenmechanik», *Zeit. f. Phys.* **43** (1927), 788-804 (in questo lavoro Hund "riscopre" in meccanica quantistica gli operatori di simmetria di Young); W. Heitler and F. London, "Wechselwirkung neutraler Atome und homöopolare Bindung nach der Quantenmechanik", *Ibid.* **44**, 455-472; W. Heitler, "Störungsenergie und Austausch beim Mehrkörperproblem", *Ibid.* **46**, 47-72; W. Heitler, "Zur Gruppentheorie der homöopolaren chemischen Bindung", *Ibid.* **47**, 835-858.

¹⁰ Con l'aiuto della teoria dei gruppi credo di essere riuscito ad arrivare a una più profonda visione nella reale natura delle cose. [H. Weyl, "Quantenmechanik und Gruppentheorie", *Zeit. f. Phys.* **46** (1927), 1-46].

¹¹ J. v. N Neumann and E. Wigner, "Zur Erklärung einiger Eigenschaften der Spektren aus der Quantenmechanik des Drehelektrons. I", *Zeit. f. Phys.* **47** (1928), 203-220; "Zur Erklärung einiger Eigenschaften der Spektren aus der Quantenmechanik des Drehelektrons. II", *Zeit. f. Phys.* **49** (1928), 73-94; "Zur Erklärung einiger Eigenschaften der Spektren aus der Quantenmechanik des Drehelektrons. III", *Zeit. f. Phys.* **51**(1928), 844-858.

Pauli è particolarmente interessato alla teoria dei gruppi e appena ottenuta la cattedra a Zurigo, nel 1928, stringe stretti rapporti con Hermann Weyl. Quello stesso anno compare la prima edizione tedesca di *Gruppentheorie und Quantenmechanik*; nella prefazione Weyl sottolinea: “Tutti i numeri quantici, ad eccezione del cosiddetto numero quantico principale, sono indici che caratterizzano le rappresentazioni dei gruppi”.¹² Nell’opera di Weyl la teoria dei gruppi acquistava il ruolo di un potente strumento concettuale, in grado di fornire una visione ben più profonda della struttura della materia.

Chen Ning Yang ha tuttavia ricordato come il libro di Weyl fosse “decisamente troppo astratto per la gran parte dei fisici”, la maggior parte dei quali “non è abituata al modo in cui Weyl si concentra sugli aspetti strutturali della fisica e si trova a disagio con questa enfasi sui concetti”.¹³ Il 6 novembre 1929 Schrödinger si lamenta immediatamente con lo stesso Weyl di dover lottare con vere e proprie “difficoltà di base” e afferma senza mezzi termini che non è disposto a venire a patti con un “formalismo senza limiti”. Anche Ehrenfest è profondamente in crisi e il 22 settembre del 1928 scrive a Pauli: “Hingegen habe ich Ihnen ein dickes Bündel Fragen über die schrecklich vielen neuen “Gruppenpest-Arbeiten” vorzulegen, von denen ich keine einzige auch nur über die ersten Blattseiten hinaus kapieren kann, obwohl ich mich sehr darum plage”.¹⁴

A questo punto sono in molti a sospettare che la teoria dei gruppi sia una sorta di “magia nera”, ma nel 1929 Slater pubblica il suo famoso “Theory of Complex Spectra” sulla *Physical Review*, dove mostra che tutti quei risultati possono essere derivati utilizzando esclusivamente una matematica semplice.¹⁵ Il lavoro di Slater, per circa vent’anni, convince la maggior parte dei fisici che “sarebbe stata loro risparmiata la fatica di studiare una branca così ‘non-fisica’ della matematica come la teoria dei gruppi”.¹⁶ Ancora nel 1935 Condon e Shortley rifiutano esplicitamente

¹² H. Weyl, *Gruppentheorie und Quantenmechanik* (Leipzig: Hirzel, 1928).

¹³ C. N. Yang, “Hermann Weyl’s Contribution to Physics”, in K. Chandrasekharan, ed., *Hermann Weyl 1885-1985. Centenary Lectures* (Springer-Verlag, 1986), p. 10.

¹⁴ “Ho una lista di domande riguardo lo spaventoso numero di nuovi “Gruppenpest-Arbeiten” di cui non capisco un’acca fin dalle prime pagine, nonostante tutti i miei sforzi” (W. Pauli, *Wissenschaftlicher Briefwechsel mit Bohr, Einstein, Heisenberg etc.* (New York: Springer-Verlag, 1979))

¹⁵ J.C. Slater, “The theory of Complex Spectra”, *Phys. Rev.* **34** (1929), 1293-1322.

¹⁶ G. W. Mackey, “The Mathematical Papers” in A. Whightman and J. Mehra eds., *The Collected Works of Eugene Paul Wigner*, Vol. I (Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1993), p. 249.

l'approccio gruppo-teoretico nel loro ben noto *The Theory of atomic Spectra*¹⁷

Nel frattempo Wigner aveva continuato a pubblicare una serie di lavori confluiti poi nel suo famoso libro sulle applicazioni della teoria dei gruppi alla spettroscopia, *Gruppentheorie und ihre Anwendung auf die Quantenmechanik der Atomspektren*.¹⁸ Nelle prime righe della prefazione alla prima edizione tedesca, dopo aver fatto le lodi dei metodi gruppali con i quali la maggior parte dei risultati può essere ottenuta “attraverso pure considerazioni di simmetria”, Wigner osservava: “Man hat gegen die gruppentheoretische Behandlung der Schrödingergleichung oft den Einwand erhoben, daß sie ‘nicht physikalisch’ sei. Es scheint mir aber, daß die bewußte Ausnutzung elementarer Symmetrieeigenschaften dem physikalischen Gefühl eher entsprechen muß, als die mehr rechnerische Behandlung”.¹⁹

In effetti, la teoria dei gruppi sarà accettata come parte integrante della spettroscopia atomica teorica solo nel 1949, quando Giulio Racah pubblica il suo quarto articolo sugli spettri complessi, dove utilizza esplicitamente la teoria dei gruppi, aprendo un nuovo capitolo nel campo della fisica atomica teorica.²⁰

2. Teoria dei gruppi a Via Panisperna

“Quanto a me non faccio nulla di sensato, studio cioè la teoria dei gruppi con la ferma intenzione di impararla, simile in questo a quell’eroe di Dostoevski che un bel giorno cominciò a mettere da parte qualche spicciolo, con la persuasione di diventare presto ricco quanto Rothschild”. Ettore Majorana, fresco di laurea (6 luglio 1929), si sta cimentando con lo studio della teoria dei gruppi, secondo quanto comunicava al suo amico Giovannino Gentile,

¹⁷ E.U. Condon and G. H. Shortley, *The Theory of Atomic Spectra* (Cambridge: Cambridge University Press, 1935).

¹⁸ E.P. Wigner, *Gruppentheorie und ihre Anwendung auf die Quantenmechanik der Atomspektren* (Braunschweig: F. Vieweg und Sohn, 1931).

¹⁹ “Si è spesso obiettato che i metodi gruppali sarebbero ‘non-fisici’. A me pare invece che l’uso deliberato di elementari proprietà di simmetria abbia una maggiore corrispondenza con l’intuizione fisica rispetto a una trattazione di carattere più computazionale”.

²⁰ G. Racah, “Theory of Complex Spectra I-III”, *Phys. Rev.* **61** (1942),186-197; **62** (1942), 438-462; **63** (1943) 367-382; G. Racah, “Theory of Complex Spectra IV”, *Phys. Rev.* **76** (1949) 1352-1365.

che alla data della lettera (22 dicembre 1929) si trova a Berlino.²¹ Nella biblioteca di Majorana era presente la prima edizione del volume di Weyl *Gruppentheorie und Quantenmechanik*, pubblicato nel 1928. A quanto pare, secondo Segrè, questo era stato il solo trattato letto da Fermi dopo il suo arrivo a Roma. Fermi, infatti, leggeva solo le riviste e perfino quando aveva bisogno di una formula se la ricalcolava da solo....²² Ma gli interessi di Fermi, che notoriamente mostrò sempre “un’avversione per la matematica astratta”,²³ non andavano certamente in questa direzione, mentre l’attenzione di Majorana verso questi argomenti risale con molta probabilità alla fine dell’autunno 1927, quando Giovanni Gentile jr si trasferisce all’Università di Roma subito dopo la laurea a Pisa. Nominato assistente incaricato, trascorre all’Istituto di fisica circa sei mesi dell’anno accademico 1927/28. Normalista, Gentile aveva studiato con Luigi Bianchi e la sua formazione matematica era molto solida, infatti la scelta della fisica era subentrata successivamente. Direttore dal 1918 della Scuola Normale, Bianchi aveva creato a Pisa una delle migliori scuole italiane di teoria dei gruppi, è quindi presumibile che sia stato proprio Gentile a fornire a Majorana una prima base di riferimento nel periodo in cui il caso Wigner è pienamente esploso: nel corso del 1927-1928 compaiono una sequela di lavori che trattano le recenti applicazioni della teoria delle rappresentazioni dei gruppi alla fisica e la “Gruppenpest” è pienamente all’opera nel generare incubi notturni in non pochi fisici dell’epoca. Fra i libri di Majorana erano presenti le *Lezioni sulla teoria dei gruppi continui finiti di trasformazioni* di Bianchi in un’edizione del 1928 e a questo periodo doveva risalire anche l’acquisto del fondamentale volume *Theorie der Gruppen von Endlicher Ordnung* di Andreas Speiser, pubblicato nel 1927, che figurava tra i principali testi di riferimento citati da Wigner nei suoi primi lavori. Il *Gruppentheorie und Quantenmechanik* di Weyl e il *Die Gruppentheoretische Methode in der Quantenmechanik* di van der Waerden figurano anche in ciò che resta dei libri appartenuti a Giovanni Gentile.

Non è chiaro quando Majorana abbia iniziato a occuparsi concretamente di teoria dei gruppi, ma certamente nei suoi appunti manoscritti contenuti nel “Volumetto III”, che porta la data iniziale 28 giugno 1929, compaiono in

²¹ Per il testo completo si veda E. Recami, *Il caso Majorana. Epistolario, documenti, testimonianze* (Milano: Mondadori, 1991); (Roma: Di Renzo Editore, 2000), p. 113.

²² E. Segrè, *Enrico Fermi, fisico* (Bologna: Zanichelli, 1987), p. 55.

²³ “Although endowed with remarkable analytic powers, Fermi often affected an aversion to abstract mathematics”. (V. Telegdi, *Symposium dedicated to Enrico Fermi on the occasion of the 50th anniversary of the first reactor – Rome, 10 December 1992*, Roma: Accademia Nazionale dei Lincei, 1993, p 83).

sequenza argomenti come: “Gruppo delle trasformazioni unitarie in due variabili” (§13, pag. 75), “Relazioni di scambio fra trasformazioni infinitesime nelle rappresentazioni di gruppi” (§14, p. 88), “Gruppo delle rotazioni S_3 ” (§16, p. 95), “Gruppo di Lorentz” (§17, p. 101), “Matrici di Dirac e gruppo di Lorentz” (§18, p. 105), “Caratteri delle D_j e riduzione delle $D_j \times D_j$ ” (§20, p. 127).²⁴ Il libro di Weyl, comparso già nel 1928, è stato certamente una fonte primaria per la sua formazione - infatti il testo di Wigner comparve soltanto nel 1931 -, insieme ai lavori di Wigner, von Neumann, Hund, Heitler e altri pubblicati nel frattempo.

Dopo il primo lavoro pubblicato ancora studente con Giovanni Gentile jr, nel quale i due studiano un'applicazione dell'equazione di Dirac, ancora fresca di stampa,²⁵ Majorana pubblica nel 1931 due articoli su problemi di spettroscopia atomica e due su “aspetti ignorati o quasi, a quell'epoca, del legame chimico”.²⁶ Da un sommario esame dei suoi manoscritti è subito evidente come Majorana seguisse contemporaneamente filoni diversi di interesse che lo porteranno ad elaborare il grosso dei suoi lavori nel giro di pochissimi anni. Rileva ancora Amaldi: “Ciò che oggi maggiormente colpisce di questi lavori è la modernità dell'impostazione data da Majorana, che basa tutta la sua discussione sulle proprietà di simmetria dei diversi stati”. Effettivamente sembra aver fatto sua la prescrizione con cui Wigner esordisce nella prefazione al suo *Gruppentheorie* e ripetuta in più occasioni: “Sfruttare al massimo le proprietà di simmetria di un sistema prima di iniziare a fare calcoli”.²⁷

²⁴ Argomenti analoghi si trovano anche negli altri quaderni, purtroppo non datati, che insieme al resto delle carte di Majorana, consegnate dalla famiglia a Edoardo Amaldi, furono da lui stesso depositate alla Domus Galilaeana di Pisa. Un catalogo dei manoscritti e documenti, curato da R. Liotta, è contenuto in fondo alla memoria biografica di E. Amaldi, *La vita e l'opera di Ettore Majorana (1906-1938)*, cit. e nell'appendice curata da M. Baldo, R. Mignani, E. Recami del volume E. Majorana, *Lezioni all'Università di Napoli* (Napoli: Bibliopolis, 1987), a cura di R. A. Ricci e B. Preziosi.

²⁵ Nel lavoro *Sullo sdoppiamento dei termini Roentgen e ottici a causa dell'elettrone rotante e sulle intensità delle righe del Cesio*, pubblicato sui *Rend. Acc. Linc.* (vol. 8, 1928, pp. 229-233) Gentile e Majorana impiegano, per la rappresentazione del potenziale prodotto dalla nube elettronica in questi atomi, la teoria statistica appena elaborata da Enrico Fermi che andrà sotto il nome di “atomo di Thomas-Fermi”.

²⁶ E. Amaldi, “Ettore Majorana, a cinquant'anni dalla sua scomparsa”, *Il Nuovo Saggiatore* **4** (1) (1988), 13-26; 13.

²⁷ E. Wigner and E.E. Witmer, “Über die Struktur der zweiatomigen Molekelspektren nach der Quantenmechanik”, *Zeit. f. Phys.* **51** (1928), 859-886.

Nel lavoro *Atomi orientati in campo magnetico variabile*²⁸ uscito sul “Nuovo Cimento” nel 1932, Majorana “inventa” una peculiare rappresentazione del tutto originale, alternativa a quella standard di Hilbert, per gli stati degli atomi polarizzati che attraversano un campo magnetico non lentamente variabile. In questo lavoro appare evidente l’estrema familiarità di Majorana con il gruppo delle rotazioni e la base astratta caratteristica costituita, nello spazio di Hilbert, dagli stati di dato momento angolare che torna in tutta la sua eleganza nella sua *Teoria relativistica di particelle con momento intrinseco arbitrario*²⁹, comparsa anch’essa nel volume 9 del “Nuovo Cimento”. La teoria di Dirac, rileva Majorana, è “applicabile soltanto a particelle con momento intrinseco $s=1/2$ ” e quindi il suo obiettivo è quello di cercare “equazioni analoghe nella forma a quelle di Dirac, sebbene alquanto più complicate, le quali permettono la considerazione di particelle con momento angolare arbitrario, e in particolare nullo”. Fortemente affascinato, fin da studente, dalle nuove prospettive aperte dall’equazione di Dirac, che pure impiegò un certo tempo per essere assimilata, Majorana cerca contemporaneamente una via per ottenere una teoria lineare relativisticamente invariante, nella quale gli autovalori di \mathbf{B} siano tutti positivi, un obiettivo che lo conduce a costruire e ad applicare per la prima volta le rappresentazioni infinito-dimensionali del gruppo di Lorentz. È quella che van der Waerden, conversando con lui a Lipsia l’anno successivo, chiamerà “una scoperta matematica importante”. Così facendo precedeva di circa sette anni lo stesso Wigner che in uno dei suoi lavori più famosi, “On Unitary Representations of the Inhomogeneous Lorentz Group”, che rappresentava il culmine dell’approccio gruppo-teoretico alla relatività,

²⁸ E. Majorana, “Atomi orientati in campo magnetico variabile”, *N. Cim.* **9** (1932), 43-50.

²⁹ E. Majorana, “Teoria relativistica di particelle con momento intrinseco arbitrario”, *N. Cim.* **9** (1932), 335-344.

estendeva il metodo di Frobenius per ottenere tutte le rappresentazioni del gruppo di Lorentz non omogeneo, o gruppo di Poincaré.³⁰

Nell'aprile del 1939 anche Giovanni Gentile si occupa di una possibile rappresentazione del gruppo di Lorentz, nella quale utilizza l'identità e le matrici di Pauli (2×2) per scrivere le trasformazioni sotto forma di matrice il cui determinante è il classico invariante di Lorentz. Del lavoro "Sulla rappresentazione del gruppo di Lorentz e sulla teoria di Dirac dell'elettrone" colpisce la modernità del procedimento: gli aspetti formali sono indifferentemente sviluppati utilizzando i quaternioni o la base delle matrici di Pauli, di cui si mostra nel contesto la completa equivalenza con la rappresentazione spinoriale, che rende evidente la natura delle trasformazioni di Lorentz come rotazioni immaginarie.³¹ L'anno successivo, nel lavoro *Sulle equazioni d'onda relativistiche di Dirac per particelle con momento intrinseco qualsiasi*, Gentile ritorna sul tema trattato da Majorana nel 1932 e ripreso nel 1936 da Dirac, il quale era riuscito a costruire equazioni con un numero finito di componenti riducibili alla equazione

³⁰ E.P. Wigner, "On Unitary Representations of the Inhomogeneous Lorentz group", *Ann. Math.* **40** (1939), 149-204. Nel secondo paragrafo Wigner fa la seguente laconica premessa: "Le rappresentazioni del gruppo di Lorentz sono state studiate più volte. La prima si deve a Majorana, che di fatto ha trovato tutte le rappresentazioni della classe in oggetto nel presente lavoro, eccetto due insiemi". Nel lavoro di Wigner le caratteristiche fisiche, la *massa a riposo* e lo *spin intrinseco*, spuntano come parametri nella descrizione delle rappresentazioni irriducibili. Si tratta di un grosso salto concettuale: dalla classificazione delle simmetrie degli stati atomici alla classificazione delle leggi dell'evoluzione quanto-meccanica invariante per trasformazioni di Poincaré. L'approccio di Wigner è più generale e certamente più rigoroso e molto più complesso dal punto di vista algebrico di quello sviluppato da Majorana, ma in un certo senso fornisce meno informazioni fisiche, come osserva D. Fradkin, a cui l'articolo di Majorana era stato segnalato da Edoardo Amaldi nel 1964-1965 (D.M. Fradkin, "Comments on a Paper by Majorana Concerning Elementary Particles", *Am. J. Phys.* 314-318). Fino ad allora questo lavoro di Majorana era stato sostanzialmente dimenticato, come osserva Amaldi, il quale peraltro, singolarmente, non fa alcun riferimento ai successivi lavori di Gentile sugli stessi temi. Testimonianza, forse, di un difficile rapporto con il figlio del filosofo più in vista del regime. Per una discussione dei lavori di Majorana si veda E. Amaldi, "Ettore Majorana, a cinquant'anni dalla sua scomparsa", cit.

³¹ G. Gentile, "Sulla rappresentazione del gruppo di Lorentz e sulla teoria di Dirac dell'elettrone", *N. Cim.* **4** (1939), 181-190.

ordinaria nel caso di $s=1/2$.³² Lo scopo della “rivisitazione” fatta da Gentile, tuttora di grande eleganza e valore didattico, è quello di produrre un’equazione plausibile per una particella di spin 1 e infatti conclude il lavoro applicando la teoria al “mesotrone”, la particella di massa intermedia da poco individuata nei raggi cosmici, divenuta subito oggetto di un comprensibile interesse.³³ Ancora nel 1940 Gentile pubblica il lavoro “Per la teoria del modello vettoriale dell’atomo” in cui impiega di nuovo la teoria dei gruppi per dedurre i risultati³⁴

Nella seconda metà del 1930 Giovanni Gentile lascia Berlino e si trasferisce a Lipsia, da Heisenberg, con cui sta lavorando Gian Carlo Wick.

Nel maggio 1928 Heisenberg aveva pubblicato la sua teoria sul ferromagnetismo, nella quale utilizzava i metodi sviluppati da Wigner, Hund, Heitler e London per spiegare le incredibili intensità dei campi molecolari attraverso il concetto d’interazione di scambio, che tende a mantenere due spin allineati. Felix Bloch, divenuto assistente di Heisenberg, aveva continuato a lavorare su questa linea, sia insieme a Slater sia da solo, pubblicando un articolo nel 1930. Durante il soggiorno a Lipsia Gentile concepisce un lavoro che, stando alla corrispondenza con Heisenberg intercorsa tra la fine del 1930 e l’inizio del 1931, offre a quest’ultimo l’occasione di una serie di puntualizzazioni. Tra queste vi era anche un’obiezione riguardo l’opportunità di usare la teoria dei gruppi che Bloch, a cui era stato mandato il lavoro per una revisione generale anche di natura linguistica, preferì sostituire con i “metodo di Slater”. Il lavoro sulla magnetizzazione di un monocristallo ferromagnetico in relazione alle interazioni di spin e spin-orbita, pubblicato a firma congiunta Bloch-Gentile nel maggio del 1931 sulla *Zeitschrift für Physik* con il titolo “Zur Anisotropie der Magnetisierung ferromagnetischer Einkristalle”, ebbe una versione italiana (maggio 1931) sotto forma di comunicazione sul *Nuovo*

³² Nel richiedere che l’equazione relativistica realizzi una rappresentazione del gruppo delle rotazioni corrispondente a particelle di spin qualsiasi (intero o semintero), dal punto di vista gruppale la quantità momento angolare si deve comportare come una rappresentazione del gruppo delle rotazioni (G. Gentile, “Sulle equazioni d’onda relativistiche di Dirac per particelle con momento intrinseco qualsiasi”, *N. Cim.* **1** (1940), 5-12).

³³ Lo stesso Fermi, immerso nello studio delle proprietà di assorbimento dei neutroni da parte dell’uranio, si era occupato del “mesotrone” mandando una comunicazione a *Physical Review* nell’ottobre del 1939E. Fermi, “The Absorption of Mesotrons in Air and in Condensed Materials”, *Phys. Rev.* **56** (1939), 1242.

³⁴ G. Gentile, “Per la teoria del modello vettoriale dell’atomo”, *Rend. Ist. Lomb.* **74**:1 (1940/41).

Cimento, nella quale Gentile accennava appunto alla possibilità di risolvere il problema per mezzo della teoria dei gruppi. Tornato in Italia Gentile È chiamato a Pisa da Luigi Puccianti, che ha la meglio su Giovanni Polvani che lo vuole a Milano, e tiene per incarico il corso di fisica teorica fino al 1936.

Al suo ritorno dal soggiorno in Germania Gian Carlo Wick si trasferisce invece a Roma nel 1932, come assistente di Fermi, che gli assegna un lavoro sul momento magnetico della molecola d'idrogeno. Questo era stato appena misurato da Frisch e Stern, ma richiedeva la derivazione, a partire dai risultati sperimentali, del momento magnetico dovuto alla rotazione, cosa che È calcolata da Wick e in seguito utilizzata da Frisch e Stern per la derivazione del momento magnetico del protone. Secondo la testimonianza di Luigi Radicati - a cui Wick ha raccontato di aver letto il libro di Weyl nella prima edizione tedesca - quest'ultimo aveva risolto con una certa facilità il problema calcolando correttamente il risultato, ma fornendo una spiegazione basata sulla teoria dei gruppi. Questo procedimento non aveva affatto incontrato il favore di Fermi, che aveva commentato seccamente dicendo qualcosa del tipo "È inutile perdere tempo con questa roba, si tratta di inutili complicazioni" e gli aveva suggerito di riassumere il tutto sotto l'espressione "per motivi di simmetria". Wick era seccato perché considerava elegante la propria dimostrazione.³⁵ "...È come sparare ai passerotti con l'artiglieria", deve aver pensato Fermi, secondo il sano pragmatismo che lo contraddistingueva; trovandosi in questo caso in perfetto accordo niente di meno che con Max Born, che considerava l'applicazione della teoria dei gruppi "un bellissimo strumento matematico", ma "non necessario" se applicato alla fisica atomica.³⁶ D'altronde Fermi, a cui fu risparmiata la fatica di studiarla a fondo, considerò sempre la teoria dei gruppi come "un semplice elenco di definizioni" da annotare nel suo schedario, secondo la testimonianza di T. D. Lee, suo studente nel 1950.³⁷

Majorana, a sua volta, si reca a Lipsia nel gennaio 1933, dove conosce il matematico Bartel van der Waerden, che nel 1932 si era lanciato nel settore teoria dei gruppi e meccanica quantistica pubblicando *Die*

³⁵ L. Radicati, "Gian Carlo Wick: Rome and Pisa". Giornata Lincea in onore di Gian Carlo Wick – Roma 12 dicembre 2002, *Rend. Suppl. Acc. Lincei* **13** (2002).

³⁶ Nella lettera a Ehrenfest del 29 settembre 1930, Born continuava: "Sono quindi contento di vedere come Slater e altri (in particolare Fock) abbiano padroneggiato le strutture atomiche in forma semplice senza la teoria dei gruppi" (citato in K. von Meyenn, "Pauli's belief in exact symmetries", in M. Doncel, A. Hermann, L. Michel, A. Pais, eds., cit., p.341).

³⁷ Si veda V. Telegdi, cit., 85

Gruppentheoretische Methode in der Quantenmechanik. Nel 1931, van der Waerden era stato nominato professore di matematica all'Università di Lipsia: "Heisenberg and Hund held a seminar together, and I attended. It was on this occasion that I learned physics".³⁸ Secondo l'opinione di Heisenberg il ruolo di van der Waerden a Lipsia era stato fondamentale: "...he would, by a few sentences of explanation, clarify at one a complicated situation at our seminar. So van der Waerden's participation in the seminary was extremely helpful. I feel that I have really learned a large part of my mathematical training from van der Waerden, just by discussing with him...the understanding at Leipzig of the Dirac paper was very largely due to van der Waerden's help".³⁹

È comprensibile la soddisfazione con cui Majorana scrive al padre il 18 febbraio 1933, a proposito delle rappresentazioni del gruppo di Lorentz contenute nel suo lavoro del 1932: "Pubblicherò in tedesco estendendolo anche l'ultimo mio articolo apparso sul 'Nuovo Cimento'; in questo lavoro è contenuta una importante scoperta matematica come ho potuto accertarmi mediante un colloquio con il prof. van der Waerden, olandese che insegna qui, una delle maggiori autorità in fatto di teoria dei gruppi".⁴⁰

Su sollecitazione di Heisenberg Majorana pubblica finalmente l'articolo sulle forze di scambio nucleari che Fermi non era riuscito ad ottenere. La sua noncuranza di fronte alla pubblicazione nasceva probabilmente anche da una mancanza d'interesse verso una teoria sostanzialmente fenomenologica, in un momento in cui la sua curiosità per il filone nucleare, pur stimolata fin dall'epoca della tesi dai notevoli interrogativi suscitati dall'ancora misteriosa natura dei nuclei atomici, aveva perso terreno di fronte al crescente fascino esercitato dalla via aperta dai lavori di Dirac e di Weyl, nonché dall'applicazione della teoria dei gruppi alla fisica inaugurata da Wigner. La notevole incursione sul terreno aperto dalle problematiche della teoria di Dirac e la sua maturazione come fisico teorico lo spingono ormai verso uno stile di ricerca che, per alcuni aspetti, fa piuttosto pensare al Dirac più estremo: "Una gran parte del mio lavoro consiste semplicemente nel giocare con le equazioni e vedere cosa viene fuori"⁴¹. Majorana possedeva la prima edizione del testo di Dirac *The Principles of Quantum Mechanics*, comparso

³⁸ Y. Dold-Samplonius, "Interview with Bartel Leendert van der Waerden", *Not. Am. Math. Soc.* **44:3** (1994), 313-320; 316.

³⁹ W. Heisenberg intervistato da T.S. Kuhn, 5 luglio 1963, p. 21 (American Institute of Physics, Center for History of Physics, nel seguito indicato con AHQP)

⁴⁰ Per il testo completo della lettera si veda E. Recami, *Il caso Majorana*, 125-126.

⁴¹ P.A.M. Dirac intervistato da T.S. Kuhn, 7 e 14 maggio 1963 (AHQP).

nell'estate del 1930, nella cui prefazione Dirac esprime con chiarezza il suo peculiare approccio astratto alla nuova fisica, dal quale sono bandite rappresentazioni mentali nello spazio e nel tempo: "...the symbolic method, which deals directly in an abstract way with the quantities of fundamental importance (the invariants, etc., of the transformations)...seems to go more deeply into the nature of things". Dirac lo opponeva al "metodo delle coordinate o rappresentazioni" utilizzato generalmente, e osservava che, in pratica, l'unica eccezione era costituita dal libro di Weyl *Gruppentheorie und Quantenmechanik*. Nel recensire Dirac sul *Die Naturwissenschaften* 19 (1931, pp. 188-189), Pauli osservava anche che il suo metodo simbolico rischiava di far sì "che la teoria potesse in qualche modo sfuggire alla realtà".⁴² L'atteggiamento di Dirac è agli antipodi rispetto a concezioni come quelle di Pauli e di Bohr: "Ho imparato a diffidare di tutti i concetti fisici come basi di una teoria. Al contrario bisognerebbe riporre la propria fiducia in uno schema matematico, perfino quando lo schema non appare a prima vista essere connesso con la fisica. Ci si dovrebbe concentrare ad ottenere matematica interessante".

Qual è la posizione di Majorana? Nel collocarsi in una sfera culturale del tutto analoga, ha sviluppato tuttavia una forma di pragmatismo nell'affrontare i problemi, del tutto personale: la teoria di Dirac, "che pure ha dimostrato la sua fecondità nello studio di fenomeni schiettamente relativistici", ha un punto debole, nel tentativo di risolverlo nulla vieta di andare oltre inventando una fisica ipotetica, se necessario. La teoria di Dirac, afferma Majorana per il caso particolare dell'elettrone, "resta assolutamente da preferire in grazia della sua semplicità e del largo suffragio dell'esperienza". Prosegue, nel suo stile essenziale e quasi icastico, affermando: "Il vantaggio della presente teoria è per contro la sua applicabilità a particelle con momento angolare differente da $1/2$ ". A posteriori, la sua formulazione appare chiaramente come uno di quei modelli che non pretendono di rappresentare la realtà, ma vogliono indagare sul "tipo" di matematica necessaria per produrre certi risultati.

Com'è noto, al suo ritorno in Italia farà seguito un lungo periodo di isolamento, fino a quando, quasi obbligato dagli amici, Majorana pubblica

⁴² Con questa affermazione si riferiva al problema della misura, un processo che richiede apparati che seguono le leggi della fisica classica, che non implicano semplicemente formule matematiche, una convinzione che Pauli condivideva con Bohr, il quale, secondo Heisenberg "temeva...che la struttura formale matematica potesse oscurare il nucleo fisico del problema, e in ogni caso era convinto che una completa spiegazione fisica dovesse assolutamente precedere la formulazione matematica".

nel 1937 la sua “Teoria simmetrica dell’elettrone e del positrone” per partecipare al concorso per una cattedra di fisica teorica, il secondo mai bandito in Italia, dopo quello del 1926 che aveva mandato in cattedra Fermi, Persico e Pontremoli.⁴³

In quello che sarà l’ultimo lavoro pubblicato, Majorana è mosso da un intento analogo a quello sull’equazione a infinite componenti (“Vedremo infatti che è perfettamente possibile costruire, nella maniera più naturale, una teoria delle particelle neutre elementari senza stati negativi”), ma l’obiettivo fondamentale è espresso nelle prime righe della premessa: “...pervenire a una piena simmetrizzazione formale della teoria quantistica dell’elettrone e del positrone” conciliando tale forma simmetrica con il suo contenuto, senza il ricorso ad “artifici” e procedimenti a posteriori. La via seguita da Majorana è quella di “descrivere un processo di quantizzazione dell’onda materiale” che “si presenta come una naturale generalizzazione del metodo di Jordan-Wigner e permette non solo di dare una forma simmetrica alla teoria degli elettroni-positroni, ma anche di costruire una teoria sostanzialmente nuova per le particelle senza carica elettrica (neutroni e ipotetici neutrini)”.⁴⁴ È chiaro come il tema di questo lavoro si sia precisato nel contesto delle vicende che, partendo dalla primitiva “disperata” ipotesi resa manifesta da Pauli nel dicembre del 1930, approdano alla teoria del decadimento beta elaborata definitivamente da Fermi alla fine del 1933, subito dopo il Convegno Solvay. Infatti, secondo la testimonianza di Heisenberg (“...then there was Majorana. He was in Leipzig and Majorana found his Majorana particle, which has no charge but still had the spin 1/2...”),⁴⁵ il discorso iniziato con la “Teoria relativistica”, che doveva avere una sua naturale prosecuzione nell’articolo annunciato e mai pubblicato da Majorana, faceva ormai parte di un contesto di ricerca in cui la stessa “Teoria simmetrica” doveva essere stata già abbozzata a grandi linee. Stando alla lettera scritta al padre il 18 febbraio 1933, Majorana aveva discusso il lavoro già pubblicato - e forse perfino gli sviluppi successivi di cui parlava nella corrispondenza - con un interlocutore eccezionale come Bartel van der Waerden.⁴⁶ I discorsi sulla particella neutra ipotizzata da Pauli avevano

⁴³ E. Majorana, “Teoria simmetrica dell’elettrone e del positrone“, *N. Cim.* **14** (1937), 171-84,

⁴⁴ Secondo la testimonianza di Wick, Majorana stava già lavorando sull’ “idea di quantizzazione dei campi” nell’autunno del 1931, all’epoca del convegno di fisica nucleare organizzato a Roma (cfr. E. Recami, *Il caso Majorana*, pp. 184-185)

⁴⁵ W. Heisenberg intervistato da T.S. Kuhn il 5 luglio 1963, p. 21 (AHQP).

⁴⁶ Stando alle lettere scritte a Ugo Bordoni (per il testo vedi E. Recami, *Il caso Majorana*, pp. 119,121,129).

suscitato fin dall'inizio in Fermi un grande interesse. Resta notevole il fatto che già nei primi mesi del 1933 Majorana, solitamente assai reticente, avesse parlato apertamente a Lipsia delle sue idee originali riguardanti quella stessa particella neutra su cui, chiaramente, anche lui stava riflettendo da tempo. A Roma Fermi e Majorana erano intellettualmente isolati. Sappiamo che avevano discusso insieme la "Teoria relativistica",⁴⁷ ma non sappiamo cosa ne pensasse Fermi; di certo la "Teoria simmetrica" era lontanissima dal suo stile e dai suoi interessi. Non esiste alcun indizio sulla natura delle loro conversazioni, che presumibilmente dovevano contenere anche dei forti elementi di dissenso derivanti da una visione profondamente diversa della fisica e non ultima la tradizionale reticenza di Majorana ad approfondire le sue idee e a pubblicare.

Il concorso del 1937 che Majorana aveva vinto per meriti speciali, vedeva andare in cattedra Wick, Racah e Gentile, chiamato a Milano da Polvani che nutriva per lui una notevole stima.⁴⁸ Durante il suo incarico a Pisa Gentile aveva pubblicato in forma di dispense le sue *Lezioni di Meccanica quantistica* tenute nell'anno accademico 1933-1934, in cui la meccanica quantistica era esposta in tutte le sue versioni, ivi compresa la teoria delle trasformazioni, che per l'epoca era certamente una novità.⁴⁹ Il capitolo V ("Momenti magnetici e modello vettoriale dell'atomo") contiene il paragrafo "Simmetria sferica nell'atomo e rappresentazioni del gruppo delle rotazioni" dove s'illustra "il concetto fondamentale di rappresentazione di un gruppo" (p. 201) e quello di rappresentazione riducibile e irriducibile; il tutto trova applicazioni nella sezione "Determinazione delle rappresentazioni del gruppo delle rotazioni" e continua con un paragrafo sulle "Rotazioni infinitesime e matrici H_x , H_y , H_z ", e si completa con il "Prodotto di due rappresentazioni" e l'applicazione alle "Regole di selezione per l'emissione luminosa". È facile immaginare come all'epoca, in Italia, in nessun corso di fisica teorica fossero presenti questo genere d'insegnamenti.

⁴⁷ Alla fine del lavoro Majorana ringrazia "particolarmente il prof. E. Fermi per la discussione della presente teoria".

⁴⁸ Nel rievocare la carriera scientifica di Giovannino Gentile, Polvani ne ricordava in particolare il lavoro "Per la teoria degli effetti polarizzanti delle fenditure", lavoro che aveva suscitato l'entusiasmo di Sommerfeld (con il quale Gentile aveva intrattenuto una viva corrispondenza scientifica), ma che fu pubblicato dopo la sua morte prematura, avvenuta il 30 marzo 1942. (G. Polvani, "Giovanni Gentile jr", *Rend. Ist. Lomb. Scienze e Lettere*, **75-76** serie III (1941-42), pp. 146-154).

⁴⁹ G. Gentile, *Lezioni di meccanica quantistica*, a cura di G. Battistini e E. Viti, Anno accademico 1933-34 (Ufficio dispense dell'Università di Pisa).

Majorana insegnò a Napoli per circa due mesi, dal 13 gennaio al 25 marzo. “L’accuratezza e completezza di questi appunti, unite alla profondità del pensiero didattico in essi raccolto – conclude Nicola Cabibbo nella sua introduzione alla raccolta delle lezioni – sono una chiara prova dell’impegno che Majorana aveva dedicato all’assolvimento dei suoi nuovi doveri”.⁵⁰ La strategia didattica di Majorana è quella di partire dalle vecchie teorie quantistiche, presentando con un minimo di formalismo matematico una serie di fenomeni fisici, e di premettere alla trattazione della nuova meccanica quella che lui stesso definisce una trattazione “per quanto possibile ampia e chiara degli strumenti matematici essenziali...in modo che essi siano già pienamente familiari quando verrà il momento di usarli...”. Gli appunti si fermano al capitolo che tratta il ruolo delle proprietà di simmetria nella meccanica classica e quantistica; come ha giustamente commentato Nicola Cabibbo: “Abbiamo testi classici sulla teoria dei gruppi in meccanica quantistica, come quelli di Weyl e di Wigner, ma nei testi più propriamente di fisica quantistica le simmetrie hanno un ruolo nettamente minore di quello loro dato da Majorana. Il progetto di incentrare su principi di simmetria la discussione delle applicazioni della meccanica quantistica corrisponde ai gusti mostrati da Majorana nella scelta di argomenti di ricerca ed è assolutamente moderno. Questo progetto è purtroppo rimasto incompiuto”.⁵¹

Del sodalizio tra Gentile e Majorana si ritrovano le tracce a proposito degli appunti contenenti le lezioni di Majorana, giunti in seguito nelle mani di Amaldi attraverso Gilberto Bernardini, che a Gentile si lega di grande amicizia fin dall’epoca degli studi a Pisa, e che in una lettera del 2 dicembre 1964 scriveva: “Sono solo una parte. Le altre mi sembra che le avesse Giovannino Gentile o forse non furono mai scritte; precisamente le linee confuse di un ricordo troppo lontano, mi fanno credere che me l’avesse date Giovannino per aiutarmi a capire il Dirac. L’ho rilette e naturalmente non è difficile trovarvi, anche oggi, il segno della sua intelligenza; ma ora quasi sempre la M.Q. si comincia ad insegnare così; allora era diverso”.⁵²

⁵⁰ N. Cabibbo, “Le lezioni di Majorana” in E. Majorana, *Lezioni all’Università di Napoli*, cit. 122-124; 123. Tale pubblicazione riproduce gli appunti manoscritti delle lezioni di Napoli, che a quanto sembra erano contenuti nelle famose carte consegnate da Majorana prima della scomparsa alla sua allieva Gilda Senatore. Di questi appunti sembra sia anche esistita una versione dattiloscritta delle prime lezioni e consegnata a un altro suo allievo, Sebastiano Sciuti, il quale asserisce di averle poi passate a Gilberto Bernardini.

⁵¹ N. Cabibbo, *ibid.*, 124.

⁵² Lettera di G. Bernardini a E. Amaldi, *ibid.* 11.



Nella parodia del Faust di Goethe, messa in scena nell'aprile del 1932 a Copenaghen, in occasione del decimo anniversario dell'Istituto di Fisica Teorica diretto da Bohr, c'era una scena in cui si vedeva Slater uccidere un drago che rappresentava la simmetria dei gruppi: "La bestia coperta di indici è morta di antisimmetria". I disegni sono di G. Gamow.



Ettore Majorana a Napoli nel 1938
(Cortesia famiglia Majorana)



Il Seminario di Heisenberg a Lipsia. Di fronte, da sinistra: G. Placzek, R. Peierls, W. Heisenberg ; F. Bloch dietro a Heisenberg e, vicino a lui, V. Weisskopf. ; sul retro davanti alla lavagna G. C. Wick (a destra) e G. Gentile jr ; all'estrema destra F. Sauter.
(Cortesia Enrico Gentile)