

LA STORIA DEI PROGRAMMI DELLA “MATRICE S”

FRANCESCO SCARPA

Gruppo di Storia della Fisica, Università Federico II, Napoli

1. Introduzione: La nascita del concetto di matrice S

La storia dei programmi della matrice S che si sono seguiti nel corso del '900 è piuttosto complessa e articolata. Ripercorrere l'evoluzione delle ricerche connesse allo sviluppo di quella che appariva come una teoria rivoluzionaria del tempo, è uno degli obiettivi di questo studio.

Partendo dalla dettagliata ricostruzione di Cushing in *Theory construction and selection in modern physics: The S Matrix*, che ripercorre circa cinquanta anni di teoria della matrice S, si è tentato di sviluppare un nuovo studio, mediante un'analisi dei contributi originali dei vari autori, al fine di estrapolare dall'esaustivo panorama storiografico fornito già da Cushing, due momenti storici importanti.

I periodi che maggiormente vengono esaminati, sono quello relativo alla nascita di un programma alternativo alla teoria dei campi, sviluppato nel 1943 da Werner Heisenberg; che per una serie di difficoltà, descritte in dettaglio nel terzo paragrafo, fu presto abbandonato; e del successivo programma di Geoffrey Chew del 1960, anch'esso radicale nel porre un'alternativa all'interpretazione di allora delle interazioni forti.

Appaiono come due punti nevralgici nella storia della fisica teorica nel novecento, perché a essi corrispondono due momenti di crisi del paradigma consolidato; espressione di quella teoria quantistica dei campi con cui usualmente si tentava di spiegare il complesso mondo delle particelle elementari e delle loro interazioni ad alta energia.

Queste due crisi nei fondamenti non portarono però a una rivoluzione scientifica come quella prodotta agli inizi del novecento dalla relatività e dalla meccanica quantistica. Le teorie *rivali* rispetto a quella della matrice S comunque storicamente prevalsero grazie a notevoli risultati teorici e sperimentali; in particolar modo, negli anni '40, l'elettrodinamica quantistica, nella formulazione di Feynmann-Tomonaga e Schwinger, risolse il problema di un'interpretazione coerente dell'elettrodinamica (la rinormalizzazione in effetti pose fine al problema delle divergenze della teoria); e alla fine degli anni sessanta, con l'ipotesi dei quark, la cromodinamica quantistica dette precise indicazioni sui meccanismi delle interazioni tra adroni.

Ma lo sviluppo del formalismo della teoria della matrice S (studiato fortemente anche in Italia, basti pensare ai lavori di Regge, Fubini, Amati, Cini e molti altri ancora), nel corso dei venti anni che separarono questi due snodi storici fondamentali, ha permesso un avanzamento di tutta la fisica teorica, funzionale anche alla stessa teoria quantistica dei campi; e a teorie più moderne, come quelle duali e quella delle stringhe. Per cui, saranno esaminati anche questi sviluppi teorici che collegarono i due programmi (quello di Heisenberg e quello di Chew), evidenziando in questo percorso, il contributo non indifferente dei fisici italiani, in parte tralasciato nella ricostruzione di Cushing.

La storia della matrice S comincia quando nel dicembre del 1937 appare su *Physical Review* un importante articolo del fisico americano John A. Wheeler¹ sulla descrizione matematica dei nuclei leggeri e delle loro interazioni. E' proprio in questo contesto che viene introdotta per la prima volta come potente e innovativo strumento di calcolo la matrice di scattering, che successivamente sarà semplicemente indicata come matrice S.

Dati gli elementi di questa matrice era possibile calcolare le ampiezze di diffusione e quindi le probabilità di transizione tra uno stato iniziale e uno stato finale di un sistema di particelle interagenti. Nel caso studiato da Wheeler, di nuclei di elementi leggeri.

Per descrivere un processo di scattering tra due particelle (che passavano da un canale di ingresso "α" a un canale di uscita "β"), il fisico americano introdusse una matrice i cui elementi $S_{\alpha\beta}$ (con $\alpha, \beta = 1, 2, \dots, N$) fornivano appunto le ampiezze di probabilità della forma asintotica della funzione d'onda in uscita. L'espressione di questa matrice è riportata dal fisico, nonché storico e filosofo della scienza James T. Cushing², il quale ne semplifica la versione originale di Wheeler (mediante un formalismo leggermente più moderno ma che non altera il contenuto fisico):

$$\psi_{\alpha\beta}^+(r_\beta) \xrightarrow{r_\beta \rightarrow \infty} \frac{i}{2k_\beta r_\beta} \left[\delta_{\alpha\beta} e^{-ik_\alpha r_\alpha} - S_{\alpha\beta} e^{ik_\beta r_\beta} \right]^1$$

¹ Con α e β si indicano degli insiemi completi di numeri quantici. L'espressione nel suo complesso indica l'ampiezza di probabilità, relativa alla transizione tra uno stato iniziale (eliminando il moto del centro di massa, si considera in questo caso solo la dinamica relativa delle due particelle) "α" e uno finale "β"; l'apice con il segno "+" sta ad indicare che le funzioni d'onda in uscita descrivono il sistema in una situazione asintotica in cui non c'è alcuna interazione ($r_\beta \rightarrow \infty$); l'espressione

Negli anni '30 la teoria quantistica dei campi permetteva una descrizione solo parziale (mediante equazioni del tipo Schrödinger o Dirac) di collisioni a livello atomico; invece per le interazioni nucleari e subnucleari il problema era del tutto irrisolto, per cui, anche se solo come strumento di calcolo, l'introduzione della matrice S aprì grosse prospettive.

2. Il programma della Matrice S di Heisenberg nel '43

L'idea di sviluppare un'intera teoria fondata sulle proprietà della matrice S si deve, come già accennato nell'introduzione, a Werner Heisenberg nel 1943. Il fisico tedesco pensava a una teoria che determinasse le caratteristiche delle ampiezze di diffusione, basandosi su principi del tutto generali (*unitarietà e analiticità*), indipendentemente dai dettagli delle forze che determinavano la dinamica. Seguendo la ricostruzione storica della fisica delle alte energie negli anni trenta, fatta da D. C. Cassidy³, furono i problemi connessi all'interpretazione delle piogge di raggi cosmici e la divergenza delle sezioni d'urto (nella descrizione che ne faceva di essi la teoria dei campi classica nella versione del formalismo del decadimento β di Fermi), che portarono Heisenberg a indicare l'esistenza di una lunghezza fondamentale (egli pensò all'ordine di grandezza $\lambda \approx 10^{-13}$ cm). Questa doveva affiancare le altre due costanti fondamentali η e c ; al di sotto di essa non vi doveva essere più una corrispondenza tra la visione classica (hamiltoniana) e quella quantistica. Inoltre, occorre una profonda revisione della dinamica delle particelle elementari, per cui propose l'idea di una teoria fondata sulla matrice S.

Heisenberg pensò che questo nuovo approccio non doveva far riferimento all'hamiltoniana delle interazioni o all'equazioni del moto, ma solo a grandezze osservabili. Non che l'hamiltoniana intesa come energia totale fosse una grandezza quantisticamente non osservabile, ma ciò che Heisenberg voleva era una teoria basata su grandezze che venivano misurate in un esperimento, e non su quelle strutture teoriche della teoria dei campi, che in alcuni casi divergevano (i valori infiniti per le autoenergie degli elettroni, per esempio).

Questa idea di considerare solo grandezze osservabili, come sostiene Cushing⁴, gli derivava dal suo modo di interpretare la meccanica quantistica

in parentesi si compone di due termini, il primo indica un'onda "incidente" imperturbata, il secondo indica un'onda "uscente" dal processo di scattering, la quale ha subito un cambiamento quantificato dai coefficienti $S_{\alpha\beta}$.

in una qualche forma costruttivista, che lo aveva portato alla formulazione della meccanica delle matrici, già alternativa alla formulazione di Schrödinger.

Lo stesso Heisenberg scrive nell'introduzione presente ad uno dei suoi lavori⁵ del 1943 che: "I noti problemi di divergenza nella teoria delle particelle elementari indicano che la teoria futura conterrà nella sua fondazione una costante universale delle dimensioni di una lunghezza, che, nella forma esistente della teoria, non può essere costruita in nessun modo senza produrre delle contraddizioni. In considerazione di ciò, il presente lavoro si propone di estrarre dalla fondazione della teoria quantistica dei campi quei concetti che probabilmente non saranno scartati dalla teoria futura".

Nei suoi lavori erano presenti una grande quantità di nuove idee. Nella rappresentazione dello spazio dei momenti, Heisenberg introdusse la matrice S in termini dei coefficienti che permettevano di definire le funzioni d'onda in uscita in un processo di scattering, mediante l'espressione formale:

$$\psi_{i,k}^+ = \varphi_{i,k}^- + S_{ik} \varphi_{i,k}^+ .$$

Gli indici i e k indicavano il momento iniziale e quello finale di un'onda piana coinvolta in un processo di scattering. Nel ragionamento di Heisenberg l'onda piana $\varphi_{i,k}$ (in realtà essa indica l'ampiezza di probabilità di una transizione da uno stato " i " a uno " k ") veniva decomposta in $\varphi_{i,k} = \varphi_{i,k}^- + \varphi_{i,k}^+$. Nel processo di scattering, solo la sua parte asintotica ottenuta per $t \rightarrow +\infty$, cioè $\varphi_{i,k}^+$, subiva una trasformazione, quantificata da S_{ik} . La notazione usata da Heisenberg, come riporta Cushing⁴, era puramente simbolica.

Nel primo articolo⁵ del '43 Heisenberg ottenne una serie di importanti risultati:

1) *L'espressione della "reaction cross section" in termini degli elementi della Matrice S:*

$$\sigma_r = \sum_{\beta \neq \alpha} \sigma_{\alpha\beta} = \frac{\pi}{k_\alpha^2} \sum_{\beta \neq \alpha} |S_{\alpha\beta}|^2$$

2) L'unitarietà di S a partire dal fatto che H era hermitiana

3) La Lorentz invarianza di S

4) La separazione di S in:

$$S = 1 + 2iT$$

(dove la matrice T , detta di reazione, rappresentava l'effettivo prodotto dell'interazione)

5) L'espressione:

$$S = e^{i\eta}$$

(dove η è una matrice di fase hermitiana)

6) Il teorema ottico; se si imponeva l'unitarietà di S , scritta in termini di T , era possibile ottenere:

$$-\frac{i}{2}(T - T^+) = TT^+$$

la cui parte diagonale:

$$\text{Im}T_{ii} = \sum_j |T_{ij}|^2$$

Heisenberg aveva in pratica derivato il teorema ottico in una forma elegante e moderna, esso legava la sezione d'urto totale alla parte immaginaria dell'ampiezza di diffusione per uno scattering elastico in avanti.

Inoltre, come descritto nel punto 5, la matrice di fase hermitiana η era la grandezza principale che si sperava che venisse determinata dalla nuova teoria, essenzialmente, a quel tempo, per tentativi. La sua determinazione avrebbe rimpiazzato le equazioni del moto, come pure l'equazione di Schrödinger o il formalismo hamiltoniano della teoria quantistica dei campi. Lo stesso Heisenberg aveva indicato come la matrice η sarebbe stata calcolata in quei casi in cui l'hamiltoniana non era nota. Nel secondo articolo⁶ del 1943 in effetti, calcolò S per particolari modelli di η .

Nell'anno successivo Heisenberg sviluppò il suggerimento del fisico olandese H.A. Kramers secondo cui la matrice S poteva essere considerata come una funzione analitica delle sue variabili, con gli stati legati di sistemi interagenti corrispondenti agli zeri della matrice S sull'asse (negativo) immaginario k , dove l'energia era espressa dalla relazione $E=k^2$. L'idea di Kramers derivava da un vecchio lavoro non pubblicato fatto da lui stesso e

da S.A. Wouthuysen⁴. Lo stesso Wouthuysen nel 1940 relativamente agli studi di risonanze nucleari, aveva interpretato gli stati “radioattivi”, detti di Gamow, come singolarità per l’energia complessa delle ampiezze di scattering, e si era posto la questione di come gli stati legati reali fossero connessi alle ampiezze di scattering. Allora aveva dimostrato l’analiticità delle ampiezze di scattering e in questo modo aveva interpretato gli stati legati come singolarità con energia negativa. Wouthuysen non si rese conto dell’importanza di questi studi, che tra l’altro abbandonò con l’inizio della guerra. Successivamente furono proprio Kramers e lo stesso Heisenberg a valorizzarli.

Heisenberg nel 1944 dimostrò esplicitamente questa connessione tra gli zeri e gli stati legati all’interno di particolari modelli. Quindi l’importante suggerimento di Kramers implicava che la matrice S non solo determinava quelle osservabili legate alle sezioni d’urto di scattering a energia positiva, ma fissava anche gli stati legati di un sistema. Ciò apriva grandi possibilità all’interpretazione di sistemi interagenti in modo allora non noto. Lo stato del vecchio programma della matrice S di Heisenberg, si evince da un intervento di Kramers durante un simposio tenuto a Utrecht durante la primavera del 1944.

“Le recenti investigazioni di Heisenberg, concernenti la possibilità di una descrizione relativistica dell’interazione che non è basata sull’uso di una hamiltoniana con termini di interazione nell’equazione di Schrodinger, porta Heisenberg a considerare solo particelle libere (cioè, stati asintotici) e introduce un formalismo (matrice di scattering) il cui significato risulta da una interazione a corto raggio tra di esse (scattering). Formalmente la matrice di scattering viene derivata dall’hamiltoniana, ma adesso noi vogliamo considerare la matrice di scattering come fondamentale. A noi non interessa se esista un’equazione di Schrödinger per particelle in interazione; a noi interessa se esistano evidenze di corrispondenza e come la matrice S obbedisca a esse. E’ importante pure il fatto che in linea di principio la matrice S è anche capace di risolvere il problema in cui stati stazionari di particelle possono essere legati insieme.

Questi sono correlati all’esistenza e alla posizione di zeri e poli delle autofunzioni della matrice di scattering, considerata come una funzione complessa dei suoi argomenti. I calcoli di Heisenberg danno già un modello molto semplice di un sistema di due particelle, in cui appare un ben determinato stato stazionario, definito in senso relativistico e senza alcun problema di divergenza.

Per quanto promettente, questo è ancora solo un inizio; e in particolare in riferimento alla descrizione corretta del campo elettromagnetico dei fotoni, io mi aspetto delle difficoltà, che gli studi in questa direzione tenteranno di superare. Fortunatamente il programma di Heisenberg è ancora aperto, e ci si può aspettare molto da una fortunata combinazione con altre idee”.

3. L'abbandono del Programma del 1943

Nel 1946 Heisenberg, secondo quanto riporta Cushing⁴ (p.117), aveva intenzione di pubblicare un nuovo articolo che poi non fu mai pubblicato; esso doveva contenere la discussione del problema dell'interazione di più "corpi", trattato nell'ambito del sistema teorico della matrice S . Questo problema pose a Heisenberg tutta una serie di difficoltà, che, allontanandolo dal suo programma, lo portarono a rioccuparsi della teoria delle turbolenze e della teoria non lineare di campo. Il fatto che alla fine degli anni quaranta Heisenberg facesse in qualche modo *dietrofront* non deve stupire, considerando che allora il programma di rinormalizzazione nella teoria dei campi sembrò risolvere il problema delle divergenze.

La posizione di Heisenberg nel 1957 (in un articolo sulla teoria dei campi quantistici)⁷ diviene ancora più netta:

"Per evitare problemi fondamentali molti fisici si sono concentrati in questi ultimi anni sulla matrice S , che è una quantità immediatamente ricavabile dagli esperimenti; in questo senso essa doveva contenere in sé i *germi* teorici di una nuova teoria, che non avrebbe avuto i vari problemi delle teorie di campo di quel tempo. Ma il formalismo della matrice S non garantisce da solo la causalità relativistica. Non è esagerato dire che la matrice S è un metodo importante per ottenere risultati rilevanti sui processi di collisione; ma, per quanto importante, essa è una grandezza matematica molto complicata, che dovrebbe essere derivata da equazioni di campo fondamentali".

E infine al congresso Solvay del 1961 Heisenberg riflette sulle ragioni che lo hanno portato ad abbandonare il suo programma della matrice S ⁸.

"Quando ho lavorato sulla matrice S negli anni che vanno dal 1943 al 1948, ho sempre tentato di costruire una teoria della matrice S pura. Ma se si tenta di costruire la matrice S da semplici assunti, il risultato è spesso una grandezza non analitica in luogo di qualcosa che dovrebbe esserlo.

Io ho incontrato molte difficoltà nel costruire matrici S analitiche. Il solo modo di ottenere il corretto comportamento analitico sembra essere una deduzione dall'hamiltoniana alla vecchia maniera".

In realtà altri fattori spinsero Heisenberg all'abbandono del suo programma. Un ruolo non marginale ebbero i lavori⁹ di S. T. Ma del 1946 sulla presenza di zeri ridondanti (cioè, non corrispondenti a effettivi stati fisici legati) per la matrice S . Questo risultato andava a minare l'idea precedente di una corrispondenza biunivoca tra stati fisici e poli della matrice S ; per cui quest'ultima appariva ora come una sovrastruttura

matematica, che solo parzialmente dava indicazioni genuinamente fenomenologiche.

Vi furono poi, le critiche di alcuni membri della comunità scientifica dell'epoca. Basti pensare che Pauli etichettò il programma della matrice S come "vuoto". Insomma, alla fine degli anni '40 Heisenberg ritornò alla teoria dei campi per dedicarsi alla costruzione di una teoria di campo unificato non lineare (che, comunque, poi Pauli nel 1956 dimostrò essere sbagliata).

Secondo Cushing⁴ (p.120), la comune percezione del programma della matrice S di Heisenberg del 1940 e' che esso incontrò rapidamente delle difficoltà e che quindi velocemente fu abbandonato. Inoltre, si tende a ritenere che l'originale programma di Heisenberg fu irrilevante per lo sviluppo teorico che portò successivamente al programma del 1960 di Chew; invece, Cushing sostiene che gli originali lavori di Heisenberg avevano posto un insieme di questioni che poi hanno portato a notevoli risultati teorici successivi, non ultima la teoria della dispersione di Goldberger e Gell-Mann.

4. Gli sviluppi teorici degli anni '50

Il vecchio programma della matrice S non ebbe un'influenza diretta sul lavoro che portò alla teoria della dispersione e ai programmi della matrice S del 1950 e del 1960. Cushing ritiene però che le idee generali di Heisenberg fossero note, sia per la lettura diretta degli articoli di Heisenberg, sia per delle letture date da Gregor Wentzel all'Università di Chicago negli anni '50; ma che solo successivamente molti fisici furono consapevoli dell'importanza del programma di Heisenberg per lo sviluppo dei loro studi. L'opinione del fisico Richard J. Eden in questione e' importante. Secondo Eden, che aveva collaborato allo sviluppo della teoria della dispersione di Goldberger, sicuramente quest'ultimo conosceva i suoi lavori relativi alla struttura analitica della matrice S nella teoria quantistica dei campi, i quali lavori, a detta dello stesso autore, erano esplicitamente riferiti al programma di Heisenberg.

Poi negli anni cinquanta fu proprio Eden, insieme a Hu e altri, a trasportare i risultati del formalismo della matrice S nello studio dei fenomeni nucleari (un capitolo nuovo, che naturalmente la teoria elettrodinamica, QED, di Feynmann-Tomonaga e Schwinger, non poteva affrontare), mediante lo studio della continuazione analitica della matrice S .

Gli studi di Eden e Hu portarono quei legami, intuiti da Kramers e in parte dimostrati da Heisenberg (sul rapporto tra la struttura singolare della

matrice S e gli stati fisici di sistemi interagenti) a essere molto più stringenti. Era in qualche modo l'unica possibilità allora, se pur fenomenologica, di interpretare l'enorme varietà di particelle e di fenomeni nucleari che venivano fuori da esperimenti con acceleratori sempre più potenti, che andavano a investigare energie sempre più elevate e che quindi, interessavano regioni spaziali delle dimensioni nucleari e subnucleari.

Lo studio delle risonanze nucleari, cioè di stati instabili che decadevano rapidamente, oppure le soglie energetiche di processi anelatici, o ancora le costanti di accoppiamento di interazioni forti, erano tutti fenomeni riconducibili allo studio dei poli della matrice S , dei suoi punti di diramazione o dei residui in dei poli. La posizione di un polo nel piano complesso dell'energia poteva essere interpretato come la massa di una particella; se inoltre vi fosse stata anche una parte immaginaria, questa avrebbe dato informazioni sul tempo di "durata" di una risonanza.

Ma altri sviluppi teorici si susseguirono nell'arco dei vent'anni successivi ai primi tentativi di Heisenberg; per esempio, un capitolo importante nella storia dei programmi della matrice S lo assunse lo studio sulle relazioni di dispersione. Così come per la propagazione di onde luminose esistevano relazioni di dispersione, relative all'indice di rifrazione complesso, in analogia doveva essere possibile scrivere una relazione del tipo:

$$\text{Im} S(k) = -\frac{1}{\pi} P \int \frac{\text{Re} S(k') dk'}{(k'-k)} ;$$

cioè, una relazione che legasse la parte immaginaria alla parte reale della matrice S , vista come funzione analitica dell'impulso, considerato a sua volta come variabile complessa. Ciò permetteva di legare parti diverse della matrice S che, prese singolarmente, avrebbero dovuto descrivere fenomeni di scattering differenti fra loro.

L'idea successiva di Jost e altri nel 1950 era quella (nell'ambito dell'elettrodinamica quantistica e non solo) di applicare la tecnica delle relazioni di dispersione per calcolare, mediante uno sviluppo perturbativo, il valore di alti ordini, mediante un processo iterativo. Il concetto di base era quello secondo cui espandendo in serie di potenze (nella carica elettrica, per esempio) $S(k)$:

$$S(k) = 1 + e S_1(k) + e^2 S_2(k) + \dots$$

dalla condizione di unitarietà si doveva ricavare:

$$1 + e(S_1 + S_1^+) + e^2(S_1 S_1^+ + S_2^+ + S_2) + \dots = 1 ;$$

ciò implicava che:

$$2 \operatorname{Re} S_2 = -|S_1|^2 .$$

Applicando la relazione di dispersione precedente:

$$\operatorname{Im} S_2(k) = -\frac{1}{\pi} P \int \frac{\operatorname{Re} S_2(k') dk'}{(k' - k)} .$$

Se in qualche modo era possibile determinare S_1 , mediante le relazioni di dispersione si potevano ricavare altri ordini nello sviluppo in serie, iterando il procedimento.

Queste idee sono state alla base di una serie di sviluppi per la fisica teorica delle alte energie che hanno coinvolto fisici importanti durante tutto l'arco del novecento (Stukelberg, Feymann, Landau, Gribov, Froissart, Frautschi, Bogoliubov e molti altri ancora). Negli anni '50, Marvin Goldberger e Murray Gell-Mann, come già accennato, riprenderanno la vecchia teoria della matrice S per svilupparla in una più moderna teoria della dispersione¹⁰.

Gli studi sulle relazioni di dispersione troveranno poi il loro massimo sviluppo teorico negli studi sulle rappresentazioni di Mandelstam del 1958. Sono dei lavori relativi a quelle che Mandelstam definiva le doppie relazioni di dispersione¹¹. Egli vide che in alcuni casi era possibile generare (lui poi ipotizzò che fosse sempre possibile, ma non riuscì mai a dimostrarlo) delle doppie relazioni di dispersione, che permettevano di studiare le ampiezze di diffusione come funzioni di due variabili complesse indipendenti (per esempio, l'impulso trasferito e l'energia); cioè, si accorse che gli elementi della matrice S potevano essere sviluppati su somme e integrali dipendenti contemporaneamente da più variabili, corrispondenti agli invarianti cinematici del processo di reazione. Poiché ciascuno di questi invarianti rappresentava un canale di reazione, ciò comportava un risultato di una grande importanza, perché era un modo di legare fra loro analiticamente processi apparentemente diversi, che coinvolgevano appunto canali di reazioni diversi. Queste doppie relazioni di dispersione in pratica venivano poi usate per spiegare le proprietà delle ampiezze di diffusione a bassa energia.

5. La matrice S in Italia tra il 1960 e il 1970

Anche la ricerca italiana nell'ambito della fisica teorica delle alte energie, tra la fine degli anni '50 e per buona parte degli anni '60, fu fortemente indirizzata verso l'introduzione del formalismo della matrice S, che permetteva di interpretare l'enorme abbondanza di dati sperimentali provenienti dagli acceleratori di particelle dell'epoca. Inoltre, era l'unico modo, sebbene fenomenologico, di descrivere le interazioni forti e quindi risultava il programma di ricerca di punta in molti dipartimenti di Fisica Teorica in Italia, in uniformità ovviamente con le correnti più avanzate di ricerca internazionale.

Il panorama italiano tra la fine degli anni '50 e il 1970 era piuttosto ampio e articolato; da una analisi degli articoli apparsi su "Il Nuovo Cimento" (in particolare tra il 1958 e il 1970) emergono tutta una serie di risultati significativi in relazione sia allo sviluppo della teoria della Matrice S in sé, sia al semplice uso del suo formalismo nell'interpretazione dei risultati sperimentali connessi alla fisica nucleare italiana.

Il numero di articoli che sono apparsi sulla rivista italiana nell'arco di quei dodici anni, vedono coinvolti ben 55 fisici teorici italiani, impegnati in diverse realtà universitarie, che hanno prodotto un totale di circa sessanta articoli nell'ambito della teoria della matrice S.

La concentrazione maggiore di articoli si addensa tra il '61 e il '63. Nel 1962 vengono scritti 12 articoli; i maggiori contributi sono quelli di Amati, Stroffolini, Fubini, Cini, De Alfaro e Prosperi. Dopo un calo nel numero di pubblicazioni durante la metà degli anni sessanta², vi è una ripresa verso il 1968, grazie soprattutto ai lavori di Gabriele Veneziano (che introduce il concetto di dualità e le teorie duali, che poi sfoceranno nella teoria delle stringhe) dello stesso Fubini e di altri.

Il gruppo che risultò maggiormente attivo negli anni sessanta, fu quello di Torino, che vide coinvolti tra gli altri Tullio Regge e Sergio Fubini (che lavorò in quegli anni anche a Padova); con loro, altri tredici fisici, i quali pubblicarono un totale di diciannove articoli. In effetti, l'apporto del dipartimento di Fisica Teorica di Torino venne a essere fondamentale; per esempio, lo sviluppo delle nuove tecniche di analisi di funzioni di variabili

² E' da evidenziare il fatto che nel '66 Gell-Mann introduce il concetto di quark, e quindi, l'interpretazione delle interazioni forti fatta dalla teoria quantistica dei campi nella sua nuova forma della cromodinamica quantistica ritorna in auge, ridimensionando la teoria antagonista della matrice S.

complesse, sviluppate proprio in quel contesto, furono alla base di un avanzamento di tutto il formalismo della matrice S.

Tullio Regge, tra tanti altri lavori, si dedicò in particolare alle proprietà di analiticità delle ampiezze di diffusione nel quadro della teoria dei potenziali in meccanica quantistica. In questo ambito sviluppò una trattazione di grandissima originalità, estendendo il momento angolare al campo complesso per una classe molto ampia di potenziali centrali. L'applicazione della teoria del momento angolare complesso di Regge alla fisica delle particelle ebbe importantissimi successi. Ne derivarono dei concetti fondamentali, come quello di "polo" e di "traiettoria di Regge", che sarebbero stati trasportati poi nello studio delle interazioni nucleari e avrebbero dato un impulso fondamentale al programma di Chew dei primi anni '60.

Regge, con la teoria del momento angolare complesso, stabilì il comportamento delle ampiezze per grandi valori del momento trasferito nel quadro della meccanica quantistica non relativistica.

Il concetto di traiettoria di Regge stabiliva poi un'importante correlazione fenomenologica tra la fisica delle basse energie (particelle e risonanze) e quella delle alte energie (andamento asintotico delle ampiezze). Inoltre, conseguenze di quegli sviluppi furono la dualità tra alte e basse energie, il modello di Veneziano e quindi, indirettamente, i modelli duali e le stringhe.

Infatti, nel luglio del 1968 Veneziano, a Torino, illustrò l'idea di un'ampiezza di diffusione che realizzava la dualità tra risonanze e comportamento alla Regge. Si trattava di una teoria di matrice S con "risonanze stabili" (che erano interpretate come particelle). Poi, successivamente, al MIT lui e Fubini svilupparono un modello duale, in cui dimostravano che lo spettro del modello era generato da una famiglia numerabile di oscillatori armonici (interpretati, poco dopo, da H.B.Nielsen, Nambu, D.Susskind come i modi d'oscillazione di una corda relativistica: la "stringa"). I modelli duali, nati come teoria di matrice S, erano dunque interpretabili nel quadro della teoria quantistica dei campi.

Ma i contributi italiani non si fermarono alla *scuola* di Torino; basti pensare agli studi di molti altri fisici teorici sul metodo delle relazioni di dispersione. In effetti, alla metà degli anni '50 Cini³ e Fubini lo usarono

³ Storicamente è importante notare che Marcello Cini (che lavorò prima al Cern di Ginevra e poi a Roma) aveva ricavato le relazioni di dispersione, senza saperne niente, quando ancora lavorava nell'industria in un settore che studiava i cuscinetti a sfera. Occupandosi di proprietà di solidi elastici, in particolare della gomma, aveva

subito per formulare la fisica dell'interazioni pione-nucleone, e in particolare, per descrivere una serie di risonanze nei processi nucleari a elevata energia.

A Milano i fisici Scotti, Prosperi e Lanz furono quelli che maggiormente lavorarono su questi argomenti. In effetti, tra coloro che interagirono direttamente con il gruppo di Chew, presso il Lawrence Radiation Laboratory di Berkeley, vi furono proprio Scotti e Prosperi. Scotti entrò nel laboratorio dal 1960 e non a caso si occupò di applicazioni della teoria della matrice S . Prosperi ne fece parte dal giugno del '61, al giugno del '62, e di quel periodo sono molto noti, i suoi lavori sulla continuazione analitica della matrice S , assunta come funzione di variabile complessa, e in particolare, come dipendente dal momento angolare, e poi, ancora, sull'unicità della continuazione analitica della matrice S , in condizioni asintotiche (cioè, per grossi valori del momento angolare).

L'apporto teorico degli italiani venne anche da contesti di ricerca internazionali. Al Cern di Ginevra per esempio, lavorarono Daniele Amati, e gli stessi Stroffolini, Vitale, Fubini e Veneziano.

Importanti sono gli studi di Amati sull'applicazione della proprietà del crossing (una proprietà della matrice S che consentiva di legare tra loro canali di reazione differenti e quindi, processi fisici apparentemente diversi); e sui modelli multiperferici. In particolare, su quei modelli che permettevano di sviluppare una teoria delle interazioni forti di alta energia, riconducibile, attraverso appunto un meccanismo definito "periferico", a una somma di processi di bassa energia.

6. Il Programma di Chew negli anni '60

Gli sviluppi teorici e matematici dei vent'anni che seguirono il vecchio programma di Heisenberg furono, come visto, notevoli. Non essendoci ancora una teoria di campo per le interazioni forti, molti fisici, avendo agli inizi degli anni sessanta un bagaglio teorico più ampio rispetto a quello posseduto da Heisenberg nel '43, furono portati a reimpostare la fisica

trovato (il lavoro fu pubblicato sul Journal of Applied Physics nel 1947) una relazione tra la costante di elasticità e la dissipazione, cioè, tra la parte reale e la parte immaginaria del modulo di elasticità. Cini fece ciò indipendentemente da altri lavori; per esempio, ignorando del tutto quello dei fisici olandesi Kramers e Kronig del '27, su delle relazioni di dispersione che descrivevano il comportamento dell'indice di rifrazione complesso.

teorica delle alte energie mediante un nuovo programma fondato sulla matrice S; questa, nuovamente, non doveva essere interpretata come un ente derivato dalla teoria quantistica dei campi (come per esempio accadeva nella rappresentazione di interazione che ne avevano dato Schwinger¹³ nel 1948 e Dyson¹⁴ nel 1949 nell'ambito dell'elettrodinamica quantistica), ma doveva essere, come nello spirito originario di Heisenberg, una struttura formale totalmente autonoma e autoconsistente.

Colui che nuovamente lanciò questa “sfida” alla teoria dei campi, fu Geoffrey Chew, che sviluppò a più riprese nel corso degli anni sessanta, singolarmente e poi con il contributo di altri, una formulazione della teoria della matrice S per le interazioni forti.

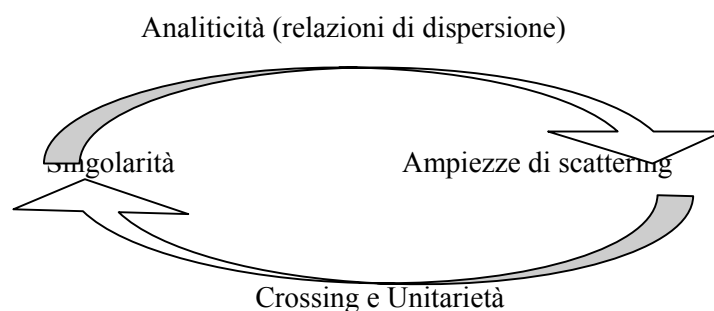
Le idee di Chew e dei suoi sostenitori erano in qualche modo dirompenti, perché andavano oltre un semplice cambiamento del formalismo con cui affrontare i problemi di fisica nucleare. Erano messi in discussione alcuni dei fondamenti di base della fisica teorica del tempo, aprendosi poi a speculazioni filosofiche non facilmente controllabili.

Il modello di interazioni forti di Chew era fondato sul concetto di “*bootstrap*”. Secondo Chew e altri, il crossing e l'unitarietà dovevano collegare le proprietà analitiche delle ampiezze per processi differenti, ossia diversi elementi della matrice S; quindi poi il modello, così implementato, per autoconsistenza (*bootstrap*) doveva determinare tutte le possibili ampiezze.

Il termine “*bootstrap*” fu usato per la prima volta da Chew alla conferenza di Kiev del 1959; il risultato a cui faceva riferimento fu poi esposto da Chew e Mandelstam in un articolo¹⁵ del 1961. Essi descrissero un sistema (con equazioni ottenute mediante la tecnica delle rappresentazioni di Mandelstam) costituito da una coppia di pioni interagenti (in uno stato definito da $J=1$ e $T=1$, cioè, momento angolare totale e isospin uguale ad uno) che produceva una risonanza; la quale, nel loro modello, si “autososteneva”; e l'interazione forte tra i pioni era interpretata proprio come il risultato di questo stato risonante che decadendo a sua volta, rigenerava i pioni in uscita dal processo.

La massa di questa risonanza fu prevista dal modello, e in effetti coincideva con il valore che fu trovato in un esperimento successivo, condotto da Erwin, March, Walzer e West, sempre nel 1961 (la massa era quella del mesone ρ).

Questi importanti risultati diedero un impulso enorme alla teoria che da un punto di vista logico formale si sviluppava appunto secondo uno schema autoconsistente ben descritto da Redhead¹⁶ nel 1980.



Come appare evidente nello schema di Redhead, lo studio di determinate ampiezze di diffusione, e delle loro singolarità, doveva permettere la descrizione, mediante delle relazioni di dispersione, di nuove ampiezze di diffusione (come somme e integrali definiti su queste singolarità); imponendo poi a queste ultime le proprietà di unitarietà e crossing, sarebbe stato possibile descrivere nuovi processi di reazione, che quindi avrebbero coinvolto altre particelle o risonanze. Poiché le nuove particelle, a loro volta, erano interpretate ancora come singolarità, questo procedimento iterativo implementava una struttura ciclica che doveva interpretare le caratteristiche di ogni possibile adrone e delle sue interazioni.

Per Chew inoltre, in questo schema autoconsistente, tutte le costanti dovevano essere trovate nell'ambito della teoria stessa, e non imposte arbitrariamente e mediante esperimenti, come accadeva nella teoria dei campi. Nel mondo adronico da lui modellizzato, non esistevano particelle più elementari di altre (Chew parla infatti di *democrazia nucleare*¹⁷); in realtà le particelle erano viste come strutture dinamiche; quindi non erano intese come una sistemazione definita di parti costituenti, ma date da tutti gli insiemi di particelle che potevano interagire in una rete autoconsistente di reazioni; dunque un adrone era visto come un processo (evento) e non come un oggetto. Le particelle allora, per i sostenitori del "bootstrap", potevano avere un triplo ruolo: essere strutture costituenti, costituite o anche di scambio (cioè, forze).

Ciò in qualche modo sembrava riecheggiare le parole di Heisenberg¹⁸, secondo cui "Il mondo della fisica moderna è stato ora diviso non in diversi gruppi di oggetti ma in diversi gruppi di connessioni. Ciò che può essere distinto è il tipo di connessione. Il mondo appare così come un complicato tessuto di eventi, in cui rapporti di diversi tipi si alternano, si sovrappongono o si combinano, determinando in tal modo la sua struttura".

Ma il principio del bootstrap, nella sua espressione più radicale sostenuta da Chew, conteneva in sé degli elementi di forte ambiguità. Successivamente lo ammise lo stesso Chew¹⁹ : “il principio del bootstrap in un certo senso non è propriamente fisico; in effetti, ammettere che la matrice S generi infinite equazioni integrali non lineari accoppiate e che queste abbiano un’unica soluzione è un principio indimostrabile, perché comunque al momento la nostra descrizione si può limitare a delle *sottomatrici* di S”.

Inoltre, nella sua idea di universalità, la teoria della matrice S di fatto non spiegava per niente le interazioni dei leptoni e otteneva comunque risultati limitati in quell’ambito delle interazioni forti, per cui era rinata nuovamente negli anni ‘60.

La storia del programma di Chew assunse poi i toni di una vera rivoluzione mancata quando dopo il 1966 si affermarono le teorie di gauge e la cromodinamica quantistica (QCD), che ridavano fiato al filone rivale delle teorie di campo, e che comunque fornivano una descrizione di base esaustiva e matematicamente ben definita dell’interazione forte. Quel vuoto teorico che la matrice S aveva cercato di colmare, sembrava, alla fine degli anni sessanta, riempito dai risultati di altre teorie.

7. Conclusioni

Un giudizio conclusivo sulla storia dei programmi della matrice S, lo si può evincere dalle parole del fisico Daniele Amati²⁰.

“Le aspettative dei sostenitori del bootstrap si rivelarono esagerate; il che non impedì a questo atteggiamento autoconsistente di dare utili indicazioni fenomenologiche; in generale la convinzione di possedere una teoria di base (la QCD) ha distolto l’interesse dall’analisi dei dettagli di molti fenomeni adronici, considerati in principio comprensibili, ma difficilmente calcolabili data la complessità della QCD per fenomeni non dominati dalle piccole distanze. Se si volessero analizzare questi fenomeni (che, pur non riflettendo direttamente l’interazione fondamentale, rappresentano il grosso dei dati nelle collisioni ad alte energie), la teoria della matrice S sarebbe ancora uno strumento valido”.

I risultati teorici connessi a trent’anni di studi sulla matrice S comunque portarono nel 1968 Veneziano all’elaborazione del concetto di *dualità* e quindi, alle più moderne *teorie duali* (l’idea era che le interazioni tra adroni potevano essere descritte in media da somme numerabili di contributi risonanti; e le ampiezze di diffusione, che ne derivavano, erano perfettamente duali; nel senso che descrivevano canali incrociati di una stessa reazione, i quali potevano essere in qualche modo scambiati tra loro).

Si vedrà poi un'ulteriore connessione tra le teorie duali e la *teoria delle corde* dopo il 1970. Ma al di là dell'importanza degli sviluppi teorici, anche attuali, relativi alla teoria della matrice S (basti pensare allo studio di una teoria locale della matrice S, che era partito negli anni '40 da Stueckelberg, e poi proseguito da Bogoliubov e infine sviluppato più modernamente da Epstein e Glaser²¹), l'importanza storica ed epistemologica dei programmi della matrice S risiede anche, come dice Cushing², nel fatto che essi “rappresentano comunque snodi storici fondamentali, che rientrano nell'ambito di una dinamica non lineare dell'evoluzione delle teorie scientifiche”. Per cui in conclusione, appare importante, come possibilità di ricerca futura, applicare delle categorie interpretative e storiografiche e fondazionali (per esempio, i paradigmi di T. Kuhn²², i programmi di ricerca di I. Lakatos²³ o i modelli di teoria scientifica di A. Drago²⁴) per comprendere questa complessa dinamica.

Bibliografia

- 1) J. Wheeler, “On the Mathematical Description of Light nuclei by the Method of Resonating Group Structure”, *Physical Review* **52** (1937), p. 1107-1122
- 2) J. T. Cushing, *Theory construction and selection in modern physics: The S matrix*, Cambridge University Press, Cambridge 1990
- 3) D.C. Cassidy, “Cosmic ray showers, high energy physics, and quantum field theories: programmatic interactions in the 1930's”, *Historical Studies in the Physical Sciences* **12**, p. 1-39
- 4) J. T. Cushing, “The Importance of Heisenberg's S-Matrix Program for Theoretical High-Energy Physics of the 1950's”, *Centaurus* **29** (1986), p.110-149
- 5) W. Heisenberg, „Die beobachtbaren Grossen in der Theorie der Elementarteilchen I“, *Zeitschrift fur Physik* **120** (1943), p. 513-538
- 6) W. Heisenberg, „Die beobachtbaren Grossen in der Theorie der Elementarteilchen II“, *Zeitschrift fur Physik* **120** (1943), p. 673-702
- 7) W. Heisenberg, “Quantum Theory of Fields and Elementary Particles”, *Reviews in the Modern Physics* **29** (1957), p. 269-278
- 8) R. Stoops (ed.), *The Quantum Theory of Fields*, Proceedings of the Twelfth Solvay Conference on Physics, New York, Interscience Publishers, 1961
- 9) S.T. Ma, “Redundant zeros in the discrete energy spectra in Heisenberg's theory of characteristic matrix”, *Physical Review* **69** (1946) p. 668
- 10) M. Gell-Mann and M.L. Goldberger, “The formal theory of scattering”, *Physical Review* **91** (1953), p. 398-408
- 11) S. Mandelstam, “Two-dimensional representations of scattering amplitudes and their applications”. In Stoops, *op. cit.*, p. 209-233
- 12) G.F. Chew and F.E. Low, “Effective-range approach to the low-energy p-wave pion-nucleon interaction”, *Physical Review* **101** (1956), p. 1570-1579
- 13) J. Schwinger, “Quantum electrodynamics. I. A covariant formulation”, *Physical Review* **74** (1948), p. 1439-1461

- 14) F.J. Dyson, "The S matrix in quantum electrodynamics", *Physical Review* **75** (1949), p. 1736-1755
- 15) G.F. Chew and S. Mandelstam, "Theory of low energy pion-pion interaction II", *Il Nuovo Cimento* **19** (1961) p. 752-776
- 16) M.L.G. Redhead, "Some philosophical aspects of particle physics", *Studies in History and Philosophy of Science* **11** (1980), p. 279-304
- 17) G.F. Chew, *The Analytic S-Matrix: A Basis for Nuclear Democracy*, W. A. Benjamin, Inc., New York 1966
- 18) W. Heisenberg, *Physics and Philosophy*, Harper Torchbooks, New York 1958
- 19) G.F. Chew, "Bootstrap": A Scientific Idea?, *Science* (1968), p. 762-765
- 20) D. Amati, "Matrice S", *Enciclopedia delle Scienze Fisiche*, 7, Treccani, Roma, p. 645-650
- 21) G. Scharf, *Finite Quantum Electrodynamics*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg New York, 1989
- 22) T.S. Kuhn, *The Structure of Scientific Revolutions*, University of Chicago Press, Chicago, 1969
- 23) I. Lakatos, "History of Science and its rational reconstructions", in Howson (ed.), *Method and Appraisal in the Physical Sciences*, Cambridge University Press, Cambridge, 1976
- 24) A. Drago, *Le due opzioni*, La Meridiana, Bari, 1991
- 25) G. Chew, *The S-Matrix Theory of Strong Interactions*, W. A. Benjamin, Inc., New York, 1962
- 26) A. White, "The Past and Future of S-Matrix Theory", Contribution to E. R. Pike and P. Sabatier (eds.), *Scattering*, Academic Press, Marzo 2000, p. 1-42