

porta orizzontalmente un foglio di carta fotosensibile incastrato tra due lastre di vetro. La carica dell'orologio è tale da far discendere molto lentamente (circa di un centimetro a ora) la lastra fotosensibile per tutta la sua altezza nell'arco delle ventiquattrore. La luce riflessa dallo specchietto passa attraverso la feritoia e impressiona sulla lastra una serie di linee orizzontali molto fini che interrompono la curva a intervalli uguali. In tal modo per ogni lastra si ottiene una registrazione continua giornaliera dei valori forniti dallo strumento.

Conclusioni

Una delle questioni più importanti nel campo della museografia scientifica riguarda lo sviluppo di nuove tecnologie informatiche che, unitamente ad appropriati contenuti testuali, sappiano rendere sempre più efficace e immediata la divulgazione scientifica. In un'epoca altamente tecnologica, qual è la nostra, la divulgazione di contenuti storico-scientifici deve sapersi rinnovare nella metodologia didattica e offrire nuove soluzioni a vecchi problemi museografici. È compito precipuo di ogni Museo preservare il proprio materiale collezionato con strutture adeguate e con idonei metodi conservativi. Manipolare un antico strumento scientifico o, peggio, tentare di rimmetterlo in funzione, comporta, nella maggior parte dei casi, notevoli rischi conservativi. D'altra parte, produrre perfette copie funzionanti, come già detto, può costituire un'ottima soluzione ma la sua reale fattività si scontra con gli alti costi e con le scarse risorse artigianali disponibili. Le tecniche della realtà virtuale hanno invece il pregio di beneficiare di un interesse crescente e di una continua innovazione tecnologica che tende a ottimizzare il rapporto prestazioni/prezzo. Esse, anche se non in grado di sostituire *tout court* l'enorme valore cognitivo e didattico dell'esperimento scientifico diretto e reale, possono tuttavia assumere un ruolo di primaria importanza nell'ambito di una più variegata e approfondita pedagogia scientifica.

INTERPRETAZIONE DELLA MECCANICA DI LAZARE CARNOT MEDIANTE LA LOGICA NON CLASSICA

GIUSEPPE MAURIELLO

Università di Napoli

In questa comunicazione esaminiamo l'*Essai sur les machines en général* (1786) per trovare Frasi Doppiaemente Negate (FDN), tali che l'affermazione positiva non equivale all'affermazione doppiamente negata e quindi tipiche della logica non classica. Questo al fine di studiare come la teoria carnottiana è organizzata in maniera alternativa, cioè in maniera problematica (e non interamente deduttiva).

Abbiamo trovato ben 122 FDN; abbiamo ottenuto che gran parte dello sviluppo della teoria è rappresentabile con gruppi di FDN. Ma, contrariamente a quanto è stato verificato in altre sue teorie, l'argomentazione viene condotta da L. Carnot in maniera non precisa e non completa logicamente. Soprattutto, le FDN non indicano l'origine logica delle due equazioni fondamentali, che sono le relazioni matematiche basilari della meccanica carnottiana.

1. L'organizzazione e la logica di una teoria scientifica

Con un'analisi del *Saggio sulle macchine in generale*, vogliamo dimostrare che L. Carnot in meccanica compie, in maniera del tutto consapevole, la scelta opposta a quella newtoniana rispetto all'organizzazione della teoria.

La ricerca storica di Drago [Drago, 1991] ha individuato nei fondamenti di ogni teoria scientifica due opzioni sul concetto intuitivo-filosofico della organizzazione della teoria: l'*Organizzazione Assiomatica* (OA); l'*Organizzazione Problematica* (OP).

L'*Organizzazione Assiomatica* caratterizza le teorie interamente deduttive (quale è la meccanica newtoniana). La sua genesi, molto antica, si può far risalire alla geometria euclidea (che a sua volta nasce come applicazione della filosofia di Aristotele, che ha formulato l'idea di questo modello di scienza, da lui chiamato apodittico). Le teorie che compiono questa scelta sono caratterizzate da principi che vogliono racchiudere, grazie ad un formidabile sforzo teorico e sinottico, la totalità delle affermazioni sul campo dei fenomeni fisici considerato: per deduzione da questi principi, si ricavano tutte le affermazioni particolari. Dovendo assicurare la certezza della deduzione, qui la logica è classica, cioè vale la legge del terzo escluso (non si debbono ammettere dubbi tra vera e falsa deduzione); o equivalentemente, vale la legge della doppia negazione, la quale dice che l'affermazione doppiamente negata $\neg\neg A$ equivale all'affermazione positiva A (c'è implicazione nei due sensi, quindi $A = \neg\neg A$).

L'*Organizzazione Problematica* è cronologicamente più recente; un esempio di teoria fisica che compie questa scelta è la termodinamica di Sadi Carnot (1824).

Essa è caratterizzata dall'assenza di principi e dalla presenza di un problema centrale, quello della massimizzazione della funzione rendimento L/Q di una macchina termica. Per risolvere questo problema, Sadi Carnot sviluppa la teoria utilizzando un numero molto elevato di frasi doppiamente negate [Drago e Pisano 2000], le cui rispettive frasi positive sono non vere fisicamente, in quanto non verificabili sperimentalmente. Dunque, qui vale la logica non classica, per cui l'affermazione doppiamente negata non equivale all'affermazione positiva¹; ovvero, più precisamente, vale

$$A \rightarrow \neg\neg A,$$

(perché è chiaro che se A è vera, allora è assurdo che non valga A)
ma non vale

$$\neg\neg A \rightarrow A.$$

Come esempio, possiamo scegliere la seguente frase doppiamente negata: «*Non è vero che il calore non sia lavoro*». La frase positiva (*il calore è lavoro*) corrisponde a $Q = L$; se essa fosse vera, dovrebbero essere valide entrambe le implicazioni seguenti:

$$\begin{aligned} L &\rightarrow Q \\ Q &\rightarrow L; \end{aligned}$$

ma la seconda chiaramente non vale, in quanto non tutto il calore può essere trasformato in lavoro. Allora si può concludere che la frase positiva non è fisicamente vera. Così pure la negativa $Q \neq L$.

Quindi, ai due tipi di organizzazione della teoria (OA e OP) corrispondono rispettivamente due maniere formali di ragionare: la *logica classica* e la *logica non classica*.

Come esempio della coscienza di questa distinzione riportiamo uno stralcio dell'ultimo paragrafo del *Saggio* (pp. 104-107), in cui L. Carnot propone le sue riflessioni sull'organizzazione di una teoria scientifica. Egli dice:

«Fra i filosofi che si occupano della ricerca delle leggi del movimento, alcuni fanno della meccanica una scienza sperimentale, altri una scienza puramente razionale. I primi, comparando i fenomeni della natura, per così dire li decompongono, per conoscere ciò che essi hanno in comune e per ridurli così a un piccolo numero di fatti principali; i quali in seguito servono a spiegare tutti gli altri e a prevedere ciò che deve accadere in ogni circostanza. Gli altri cominciano con delle ipotesi; poi, ragionando consequenzialmente rispetto alle loro supposizioni, pervengono a scoprire le leggi che seguirebbero i corpi nei loro movimenti, se le loro ipotesi fossero conformi alla natura; poi, comparando i loro risultati con i fenomeni e trovando che essi si accordano, ne concludono che la loro ipote-

¹ Nella logica non classica non è valida la legge del terzo escluso ($A \vee \neg A$), ma è $A \neq \neg\neg A$ a caratterizzare specificamente l'insieme di logiche che genericamente possono essere dette «non classiche». Tra queste, la più importante è la logica intuizionista, quella che più ha sostenuto il dibattito sulla possibilità e validità di logiche non classiche.

si è esatta, cioè che i corpi seguono in effetti le leggi che essi dapprincipio avevano solo ipotizzato. Dunque nelle loro ricerche i primi di questi filosofi partono dalle nozioni primitive che la natura ha impresso in noi e dalle esperienze che essa ci offre continuamente; gli altri partono da definizioni e da ipotesi. Per i primi i nomi di corpo, forza, equilibrio, movimento rispondono a delle idee primitive; e non possono né devono essere definiti. Al contrario gli altri, dovendo tirar fuori tutto dal proprio sacco, sono obbligati a definire questi termini con esattezza e a spiegare chiaramente tutte le loro ipotesi. Se anche questo secondo metodo sembra più elegante, esso però è assai più difficile dell'altro; perché nella maggior parte delle scienze razionali, e soprattutto in questa qui, non c'è niente di così imbarazzante che porre all'inizio definizioni tanto esatte da non lasciare ambiguità... Le due leggi fondamentali dalle quali sono partito sono dunque delle verità puramente sperimentali, ed io le ho proposte come tali. Una spiegazione dettagliata di questi principi non entrerebbe nel piano di questa opera e forse non sarebbe servita che a complicare le cose. Le scienze sono come un bel fiume, il cui corso è facile da seguire quando ha acquistato una certa regolarità; ma se si vuole risalire alla sorgente, non la si trova da nessuna parte, perché essa è dappertutto; è sparsa in qualche maniera su tutta la superficie della Terra. Così, se si vuole risalire all'origine delle scienze, non si trovano che oscurità, idee vaghe, circoli viziosi; e ci si perde nelle idee primitive».

Anche Einstein, quando ha riflettuto sul complesso delle teorie fisiche, ha distinto due tipi diversi di teorie: quelle da lui dette di «principi», delle quali dava come esempio la termodinamica; e quelle da lui dette «costruttive», delle quali dava come esempio la meccanica statistica. È chiaro che le «teorie costruttive» sono teorie organizzate deduttivamente; le «teorie di principi» sono problematiche. Notiamo che prima di Einstein, anche Poincaré ha sostenuto un punto di vista simile su due modi di organizzare le teorie fisiche.

È chiaro che le teorie empiriche viste da L. Carnot sono identificabili con le teorie OP, pur di spostare l'accento dalle premesse (empiriche) all'obiettivo della teoria (il problema).

Le teorie di tipo OP, non potendo definire positivamente il problema posto, procedono utilizzando cicli di ragionamento, che di solito terminano con ragionamenti per assurdo; così si circoscrive il problema e lo si risolve quanto più possibile. Ciò non deve essere percepito sfavorevolmente, come segno di una incapacità speculativa e sperimentale; ma (vedremo anche nel seguito) favorevolmente, come rinuncia all'idealizzazione e come tentativo di mantenere la massima aderenza alla realtà fisica.

A conferma di questo, ora consideriamo alcune FDN individuate nel *Saggio*, per notare che la soppressione delle due negazioni a favore di una frase positiva conduce effettivamente ad affermazioni idealistiche, non verificabili sperimentalmente.

Consideriamo la frase seguente: «Ogni corpo *resiste* al suo *cambiamento* di stato» (FDN 22). La corrispondente frase positiva è «Ogni corpo persiste nel suo stato»; essa è il principio di inerzia enunciato da Newton. Ma la sua validità non può essere verificata sperimentalmente, in quanto bisognerebbe capire in termini fisici la parola «persistere», che ha senso solo etico; se la si sostituisse con «continuare», ammesso che essa abbia senso solo fisico, occorrerebbe allora conoscere il comportamento del corpo su tutto il suo percorso futuro che, si badi bene, per l'enunciato di Newton, è concepito come infinito. È evidente che siamo di fronte ad un prin-

cipio idealistico, che trascende la realtà fisica e che trova il suo fondamento nel salto logico di considerare, a partire da un percorso lungo quanto si vuole ma finito, l'infinito in atto (concetto tipico dell'analisi infinitesimale del tempo). La precedente frase doppiamente negata, anche se appare più limitata e più povera di informazioni, però dice esattamente qual è il comportamento di ogni corpo in virtù della sua inerzia e non ha bisogno, per essere supportata dall'esperienza, dell'eliminazione di ogni possibile attrito sul percorso; cosa che invece è necessaria nel caso della frase positiva, ma evidentemente non realizzabile.

La seconda frase che analizziamo è la seguente: «La somma delle quantità di moto *perdute* per l'azione reciproca dei corpi di un sistema è *nulla*» (FDN 53). La frase positiva esprime la conservazione della quantità di moto totale del sistema. Anche questa ultima frase risulta essere idealistica, o quanto meno non perfettamente aderente alla realtà fisica; perché la sua verifica sperimentale necessita della completa eliminazione dell'attrito. Nel caso contrario di presenza di attrito, che è il caso reale, la quantità di moto totale non si conserva; o meglio, si deve tenere conto di quella parte di movimento (pur piccola nel caso di attrito ridotto al minimo) che si disperde nel moto microscopico (che comporta un aumento della temperatura dei corpi). E ciò evidenzia la profondità e la fecondità del discorso teorico di L. Carnot; la frase doppiamente negata descrive esattamente ciò che fanno i corpi nell'interazione reciproca: perdono e acquistano quantità di moto, lasciandone invariata la somma totale. Laddove la meccanica newtoniana si occupa solo indirettamente dell'attrito, facendolo rientrare nel suo schema considerandolo come una ben strana forza. Ancora una volta, il forzare la doppia negazione in una affermazione positiva porta ad un principio idealistico.

La precedente FDN 53 è la traduzione verbale dell'equazione $\sum_i m_i \underline{U}_i = 0$ (dove \underline{U}_i è la velocità perduta nell'urto dall'*i*-esimo corpo, cioè $\underline{U}_i = \underline{W}_i - \underline{V}_i$, la differenza tra la sua velocità iniziale \underline{W}_i e la sua velocità finale \underline{V}_i); questa equazione, che si ottiene anche direttamente dal «principio di azione e reazione», cioè dalla 1^a legge fondamentale (FDN 21), e che corrisponde dunque ad un principio la cui logica è non classica, in effetti rappresenta la base di tutta la teoria sviluppata nel *Saggio*. Da essa infatti, sfruttando la 2^a legge fondamentale, si ricava la prima equazione fondamentale, da cui, con l'introduzione dei moti geometrici, si ottiene la seconda equazione fondamentale, quindi l'intera teoria. Il fatto che una frase doppiamente negata di logica non classica costituisca, come qui, l'origine della intera teoria, e non sia dunque marginale, è già una prova importante che questa si sviluppa non deduttivamente, ma problematicamente. Detto altrimenti, mentre in altre teorie le frasi doppiamente negate sono laterali rispetto alla parte della teoria che è riformulabile deduttivamente, o esse sono occultabili con un minimo di idealismo, nella meccanica di L. Carnot una FDN rappresenta il suo stesso punto di partenza².

² Per una presentazione sintetica e completa della meccanica di L. Carnot si veda l'articolo di Drago, Manno e Mauriello, *Una presentazione concettuale della meccanica di Lazare Carnot*, in «Giornale di Fisica», 42, 2001, pp. 131-156.

2. I ruoli teorici ricoperti dalle Frasi Doppia-mente Negate

La dimostrazione che una teoria scientifica è organizzata problematicamente si realizza con l'individuazione, nei testi originali, di Frasi Doppia-mente Negate (FDN), che ne rivelino l'intrinseca logica non classica. Quando esse sono molte, possono esprimere sinteticamente e compiutamente (anche al di là delle dichiarazioni dell'autore) l'intero sviluppo della teoria e, siccome ne indicano il sottofondo logico, possono chiarire i suoi problemi fondamentali e il suo svolgimento argomentativo [Drago e Pisano 2000].

Allo scopo di una ricostruzione della teoria mediante le FDN, occorre distinguere il ruolo teorico. Le categorie presentate nell'articolo di Drago e Pisano e riportate qui di seguito, si sono dimostrate valide per racchiudere tutti i possibili ruoli di una FDN all'interno della teoria ad Organizzazione Problematica (OP) di S. Carnot:

- 1) Problema [PR]
- 2) Premessa della teoria: principio sul rapporto con la realtà [PT]
- 3) Principio generale di fisica teorica [PG]
- 4) Principio metodologico della teoria [PM]
- 5) FDN in ragionamento per assurdo [o *PT, o *PG, o *PM]
- 6) Principio operativo [PO].

L'esperienza compiuta su un'altra teoria [Drago e Pisano 2000] ha mostrato che in una teoria OP l'ordine di questi ruoli è praticamente fissato: all'inizio ci si rifà alla conoscenza comune sia pure schematizzata [PT] e generalizzata [PG]; e poi posto il problema generale da risolvere [PR], si danno i principi metodologici [PM], che indirizzano lo sviluppo della nuova teoria; poi si stringe il discorso mediante un ragionamento per assurdo [*] che dà una affermazione finale positiva, arrivando così a proporre dei principi operativi [PO].

3. Distribuzione delle Frasi Doppia-mente Negate

La tabella seguente mostra il numero di Frasi Doppia-mente Negate presenti nel *Saggio*, divise a seconda della loro collocazione nelle diverse parti del libro. Tra parentesi tonde è indicato il numero di FDN inserite nelle note del testo.

Tab. 1 Tabella del numero di FDN presenti nel *Saggio*

Parte del <i>Saggio</i>		Numero di FDN	Numero di FDN in rapporto alle pagine	
Prefazione	pagg. III-x	10	10/8	[=1,25]
Introduzione	pagg. 11-19	8	8/8	[=1,00]
I Parte: Principi generali	pagg. 19-64	67 (11)	67/45	[=1,49]
II Parte: Delle Macchine propriamente dette	pagg. 64-107	37	37/44	[=0,84]
Totale	pagg. III-107	122	122/105	[=1,16]

Si noti il gran numero di frasi doppiamente negate (la cui logica è non classica): in totale più di una a pagina.

Si noti inoltre che, in rapporto alle pagine, ci sono molte FDN nella Prefazione e soprattutto nella I Parte; probabilmente perché qui, più che altrove, si trattano i principi della teoria; mentre invece, specie nella II Parte, prevalgono conseguenze operative e descrittive, e quindi le FDN hanno poca ragione ad essere usate. Ciò appare appropriato al ruolo delle FDN in una teoria.

Tutto ciò tende ad affermare che la teoria sviluppata nel *Saggio* è organizzata problematicamente e si sviluppa argomentando con la logica non classica; cioè che in questo libro L. Carnot compie, per la prima volta in una teoria meccanica completa, la scelta sull'organizzazione della teoria in alternativa a quella solo deduttiva (euclidea e newtoniana). Ciò secondo quanto L. Carnot stesso dichiara: ci sono due maniere di organizzare la meccanica (cioè una qualsiasi teoria; cfr. *Saggio*, pp. 104-107). Nel seguito verificheremo se questa organizzazione è espressa coerentemente.

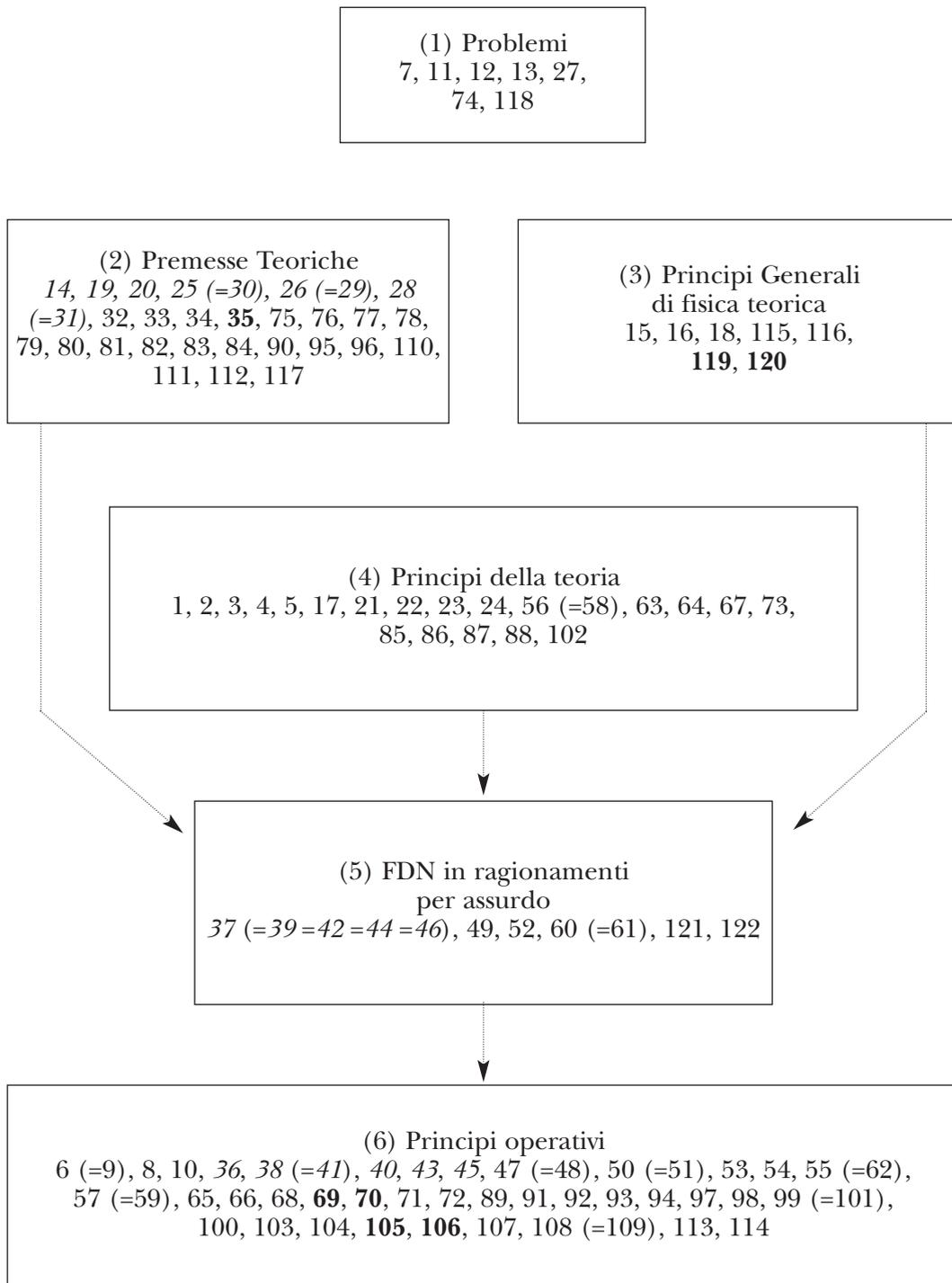
4. Prima sintesi della teoria mediante le FDN

Raggruppiamo ora le FDN rispetto al ruolo teorico di ognuna; colleghiamo poi i gruppi così ottenuti secondo un diagramma a blocchi A di seguito riportato³, che dà le relazioni logiche tra i ruoli: infatti, le frecce inserite tra i blocchi indicano non una sequenzialità temporale nell'esposizione del libro, ma una implicazione logica di tipo globale tra i ruoli delle FDN. Dal diagramma si vede, in particolare, che le FDN coprono tutti i ruoli teorici; quindi la teoria ne è ben rappresentata. Ciò è una prova ulteriore a favore dell'affermazione che il *Saggio* è organizzato problematicamente. In totale, lo schema dà una immediata visione di insieme della teoria del *Saggio* e, nello stesso tempo, ne dà una particolare sintesi.

³ I numeri indicati nel diagramma A sono quelli associati alle FDN individuate nel *Saggio*. La loro collocazione nel libro è indicata poi nelle unità seguenti B.1 - B.5 e nella tesi di Mauriello (pp. 82-94).

Legenda: in ogni blocco, le FDN tra parentesi tonde hanno un significato fisico che è simile alla FDN precedente. I numeri in grassetto individuano le frasi incerte (8 su 122), che tuttavia tentativamente vengono riportate; quelli in corsivo indicano che le frasi corrispondenti sono inserite in note del testo; e ciò per distinguerle dalle altre, perché plausibilmente esse rappresentano discorsi laterali rispetto al filo del ragionamento di L. Carnot.

A. DIAGRAMMA A BLOCCHI DELLE FDN DEL «SAGGIO»



5. Proposizione della teoria per «unità» di ragionamento, espresse dalle FDN

Nel precedente diagramma a blocchi A abbiamo cercato di dare una visione globale della teoria contenuta nel *Saggio* secondo uno schema precostituito, sintetico di tutta la teoria. Non abbiamo però rispettato l'ordine delle FDN; più precisamente, la sequenzialità è mantenuta per le frasi all'interno di ogni singolo blocco, ma non è così passando da un blocco ad un altro.

Nelle seguenti tabelle B esamineremo se la teoria è rappresentata seguendo strettamente la sequenza delle FDN (di ognuna delle quali si riporta il contenuto teorico sinteticamente e la posizione nel *Saggio*, cioè pagina e rigo). Tale sequenza viene da noi spezzata quando una FDN esprime un problema; questo perché si presume che una volta posto il problema, le FDN successive lo affrontino per darne la soluzione. Si dovrebbero ottenere così delle unità di ragionamento che partono da problemi, per giungere o a proporre dei principi operativi o a dimostrare una proposizione generalissima.

Per completezza, nell'analisi sono state inserite la Prefazione e la Introduzione del libro, benché esse siano argomentativamente staccate dal testo; e quindi siano un po' improprie per verificare l'organizzazione della effettiva teoria. Esse corrispondono alle unità B.1 e B.2.

6. Le FDN nella Prefazione

Tabella B.1 *Principi guida e anticipazioni sulla teoria*

- [PM] Indipendenza dei moti geometrici dalle regole della dinamica. 1 (p. III, r. 14)
- [PM] Non si può procedere chiaramente, senza le definizioni di forza sollecitante e forza resistente. 2 (p. IV, r. 3)
- [PM] Non si può negare che il momento di attività sia una quantità importante nell'analisi delle Macchine in movimento. 3 (p. IV, r. 13)
- [PM] Utilità della 2^a equazione fondamentale e sua estensione ai moti continui (per gradi insensibili). 4 (p. V, r. 11)
- [PM] La 2^a equazione fondamentale, indipendentemente da ogni altro principio, è sufficiente per la risoluzione dei problemi meccanici. 5 (p. V, r. 18)
- [PO] Nelle Macchine in movimento, si perde in tempo o in velocità ciò che si guadagna in forza. [Regola d'oro] 6 (=9) (p. VI, r. 14; p. VIII, r. 20)
- *Problema*: Quale evidenza per la regola d'oro? 7 (p. VI, r. 21)
- [PO] Inevitabilità di questa legge. 8 (p. VIII, r. 17)
- [PO] Negazione della chimera della potenza infinita delle Macchine. 10 (p. IX, r. 11)

In questa tabella viene proposto un problema che, per i teorici classici della meccanica, è apparentemente modesto, da ingegnere: le basi teoriche della regola d'oro (FDN 7). Ma forse questo è uno stratagemma espositivo per attirare l'attenzione su un tema di sicuro interesse per tutti. Essendo stato posto nella Prefazione, naturalmente il problema non è risolto nell'ambito della presente sequenza di FDN, ma coinvolgerà l'intera teoria del *Saggio*. Di questa si anticipano i principi metodologici (FDN 1-5) che indirizzeranno tutta la speculazione; e si enuncia il principio operativo fondamentale (FDN 10), che nega la chimera della potenza

infinita delle Macchine e che altro non è che l'applicazione in Fisica del principio dell'impossibilità del moto perpetuo.

L'affermazione di questi due principi basilari è intimamente legata alla giustificazione della regola d'oro (FDN 6); questo obiettivo certamente rende interessante per il lettore lo sviluppo della intera teoria.

7. Le FDN nella Introduzione

Tabella B.2 *Problemi generali e premesse*

- *Problema:* Ricerca dei principi generali dell'equilibrio e del movimento nelle Macchine e loro applicazioni. 11 (p. 11, r. 17)
- *Problema:* Questi principi ora non sono abbastanza generali. 12 (p. 12, r. 1)
- *Problema:* Ridurre i problemi di meccanica ad un affare di calcolo e di geometria. 13 (p. 12, r. 4)
- [PT] Il principio di Torricelli non si può dimostrare se non risalendo ai principi primi della meccanica. 14 (p. 13, r. 4)
- [PG] Ma lo si può legittimare così da non dubitarne. 15 (p. 13, r. 7)
- [PG] In una Macchina a pesi in equilibrio, il baricentro non scenderà. 16 (p. 14, r. 3)
- [PM] Il principio precedente è vero senza eccezione. 17 (p. 14, r. 8)
- [PG] Il principio della conservazione delle forze vive nell'urto di corpi perfettamente elastici non può mancare di essere utile. 18 (p. 18, r. 15)

In questa tabella si nota che ancora una volta vengono posti dei problemi, e non assiomi. Si propongono, a differenza del problema pratico precedente, quei problemi della meccanica che sono del tutto generali (FDN 11-13). La loro soluzione è l'obiettivo della teoria che si svilupperà nel seguito.

Particolare importanza viene data ad un principio generale di fisica teorica, il principio di Torricelli (che in effetti si esprime con una FDN, la 16); L. Carnot afferma che, senza dedurlo da principi primi, lo si può legittimare così da non dubitarne (FDN 15). Questa frase rende manifesta la sua volontà di portare avanti un ragionamento valido, pur senza seguire le regole classiche della deduzione da principi primi, che altrove (p. 107) dice essere troppo vaghi o difficili. Qui c'è un ulteriore accenno alla sua preferenza per una teoria organizzata non «razionalmente» ma «empiricamente», come dirà nelle pp. 104-107.

8. Le FDN nella I Parte

Tabella B.3 *Il problema dell'urto dei corpi, i moti geometrici, le due equazioni fondamentali e i principi operativi conseguenti*

- [PT] Impossibile trovare proprietà comuni senza astrarre dalle Macchine particolari. 19 (p. 20, r. 30)
- [PT] Non più le parti di una Macchina sono considerate come corpi di differente natura. 20 (p. 20, r. 34)

- [PM] Un corpo cambia il moto solo per azione di un altro corpo. [1^a legge fondamentale] 21 (p. 21, r. 27)
- [PM] Un corpo resiste al suo cambiamento di stato. 22 (p. 22, r. 4)
- [PM] Nell'interazione, la quantità di moto perduta da un corpo è guadagnata dagli altri. 23 (p. 22, r. 13)
- [PM] Per l'impenetrabilità, dopo un urto due corpi duri hanno velocità relativa, stimata perpendicolarmente alla superficie comune nel loro punto di contatto, nulla. [2^a legge fondamentale] 24 (p. 22, r. 17)
- [PT] Effetti simili se i corpi si tirano con fili inestensibili. 25 (=30) (p. 22, r. 22; p. 24, r. 33)
- [PT] Effetti simili se i corpi si spingono con verghe incompressibili. 26 (=29) (p. 22, r. 27; p. 24, r. 29)
- *Problema:* Trovare il movimento reale dopo un'interazione dei corpi. 27 (p. 24, r. 13)
- [PT] Tutte le parti di un sistema sono supposte essere corpi duri. 28 (=31) (p. 24, r. 27; p. 24, r. 34)
- [PT] Il movimento si può pensare trasmesso lungo una verga incompressibile che collega i corpi. 32 (p. 25, r. 1)
- [PT] Il movimento si può pensare trasmesso lungo un filo inestensibile che collega i corpi. 33 (p. 25, r. 5)
- [PT] I corpi che interagiscono in un sistema possono essere considerati due a due. 34 (p. 25, r. 11)

Prima equazione fondamentale $\sum mUV\cos U^V=0$

- [PT] Un moto è geometrico se ha l'inverso. 35 (p. 28, r. 13)
 - [PO] *Esempio:* Un certo moto tra due globi che si spingono è geometrico. 36 (p. 28, r. 21)
 - [*PM] Ragionamenti per assurdo sui moti degli esempi. 37 (=39=42=44=46) Ragionamenti per assurdo
- (p. 28, r. 33; p. 29, r. 10; p. 29, r. 36; p. 30, r. 13; p. 30, r. 27)
- [PO] *Esempio:* Un certo moto tra due corpi attaccati alle estremità di un filo inestensibile è geometrico. 38 (=41) (p. 29, r. 9; p. 29, r. 22)
 - [PO] Un moto è geometrico se non cambia la posizione reciproca dei corpi. 40 (p. 29, r. 14)
 - [PO] *Esempio:* Un certo moto tra corpi attaccati con fili inestensibili è geometrico. 43 (p. 29, r. 38)
 - [PO] *Esempio:* Un certo moto per un corpo che si muove su una superficie curva è geometrico. 45 (p. 30, r. 23)
 - [PO] Un certo moto tra due corpi separati da una verga incompressibile è geometrico. 47 (=48) (p. 31, r. 4; p. 31, r. 5)
 - [*PM] Ragionamento per assurdo sul moto precedente. 49 (p. 31, r. 5) Ragionamento per assurdo
 - [PO] Un certo moto tra due corpi attaccati alle estremità di un filo inestensibile è geometrico. 50 (=51) (p. 31, r. 11; p. 31, r. 12)

- [*PM] Ragionamento per assurdo sul moto precedente. 52 (p. 31, r. 12) ————— Ragionamento per assurdo

Seconda equazione fondamentale $\sum muUcosu^U=0$

- [PO] La somma delle quantità di moto perdute per l'azione reciproca dei corpi è nulla. 53 (p. 33, r. 6)
- [PO] La somma dei momenti delle quantità di moto perduti per l'azione reciproca dei corpi è nulla. 54 (p. 33, r. 21)
- [PO] Un moto è geometrico se non cambia l'azione reciproca dei corpi. 55 (=62) (p. 33, r. 32; p. 37, r. 35)
- [PM] Si possono abolire quei fili o verghe che non trasmettono alcun movimento. 56 (=58) (p. 34, r. 13; p. 35, r. 10)
- [PO] Un certo moto è geometrico per supposizione. 57 (=59) (p. 34, r. 25; p. 35, r. 16)

- [*PM] Ragionamenti per assurdo sui moti geometrici per supposizione. 60 (=61) (p. 36, r. 5; p. 36, r. 19) ————— Ragionamenti per assurdo

- [PM] Estendendo la 1^a equazione fondamentale per mezzo dei moti geometrici, si ottiene la 2^a equazione fondamentale. 63 (p. 39, r. 18)
- [PM] La 1^a equazione fondamentale si ottiene trasferendo ai corpi duri il principio della conservazione delle forze vive nell'urto di corpi perfettamente elastici. 64 (p. 39, r. 27)
- [PO] In qualunque modo dei corpi duri agiscano gli uni sugli altri, rispetto ad un movimento geometrico, il momento della quantità di moto perduto dal sistema ($\sum muUcosu^U$) è nullo. 65 (p. 41, r. 33)
- [PO] Rispetto ad un movimento geometrico, il momento della quantità di moto perduto da una parte dei corpi di un sistema è guadagnato dall'altra parte. 66 (p. 43, r. 27)
- [PM] Le due leggi precedenti, relative al momento della quantità di moto riferito ad un movimento geometrico, non sono che la 2^a equazione fondamentale. 67 (p. 44, r. 7)
- [PO] In un sistema di corpi duri interagenti, sia per urto sia per mezzo di una Macchina, una quantità è invariante nell'azione reciproca dei corpi: è il momento della quantità di moto totale, rispetto a ciascuno dei movimenti geometrici di cui esso è suscettibile. 68 (p. 44, r. 18)
- [PO] Il movimento reale è quel movimento geometrico che rende minimo il prodotto delle masse per il quadrato delle rispettive velocità perdute. 69, 70 (p. 45, r. 26)
- [PO] Considerando un movimento molto prossimo al movimento reale, la differenza della somma dei prodotti di ogni massa per il quadrato della sua velocità perduta nei due casi è uguale a zero. 71, 72 (p. 46, r. 6)

All'inizio vengono date la 1^a («principio di azione e reazione», FDN 21) e la 2^a legge fondamentale (velocità relativa nulla dei corpi duri dopo un urto, FDN 24), che sono considerate «le prime leggi che la natura osserva nella comunicazione dei movimenti» (*Saggio*, p. 21); esse sono principi metodologici, se non altro perché sono FDN, e vanno assieme ad altri due principi metodologici, che sono una rielaborazione del principio di azione e reazione (inerzia, FDN 22, e conservazione della quantità di moto, FDN 23). Poi si pone il problema espresso dalla FDN 27, che è

il problema centrale della teoria. Le frasi successive della tabella cercano di sviluppare una soluzione.

Si introducono dei movimenti simili a quelli virtuali: i moti geometrici, che vengono considerati nel *Saggio* come movimenti che sono sufficienti per affrontare e risolvere le varie questioni relative all'urto dei corpi ed al movimento delle Macchine.

Si definisce «moto geometrico» quello che è dotato di moto inverso (FDN 35). In effetti, la definizione non è una chiara FDN. Lo sarebbe se venisse completata nel modo seguente: il moto ritorna ad essere lo stesso se si considera l'*inverso* dell'*inverso*. Ma questa definizione è un po' complicata e forse per questo motivo L. Carnot (che l'aveva usata nel suo scritto precedente, seconda *Memoria*) la semplifica in una FDN dubbia.

Il problema, a questo punto, è capire quando un movimento è geometrico. Questo problema viene considerato su casi fisici particolari e viene risolto con dei ragionamenti per assurdo: si ipotizza che un certo movimento è geometrico (FDN 37, 39, 42, 44, 46, 49, 52); se poi non fosse così, ci si troverebbe di fronte all'assurdo che esso palesemente non sarebbe dotato di moto inverso a causa della impenetrabilità della materia. Questi ragionamenti portano a stabilire vari casi esemplari di tali moti (FDN 36, 38, 41, 43, 45, 47, 48, 50, 51); inoltre stabiliscono i due principi operativi secondo i quali un moto è geometrico se non cambiano le posizioni reciproche⁴ (FDN 40) o le azioni reciproche dei corpi (FDN 55, 62).

Si introducono anche dei movimenti che in alcuni casi particolari possono risultare utili: i cosiddetti «moti geometrici per supposizione» (FDN 57, 59); questi sono moti che diventano geometrici in seguito all'abolizione di quelle parti del sistema che non trasmettono alcun movimento (FDN 56, 58). Ed anche per individuare quali siano le parti da eliminare, si utilizzano ragionamenti per assurdo (FDN 60, 61).

La unità B.3, lunga e complessa, non è però una argomentazione che chiude il problema posto all'inizio, cioè non è un ciclo di ragionamento. Infatti, per risolvere il problema posto (FDN 27), si introducono i moti geometrici (che in casi particolari vengono determinati con ragionamenti per assurdo). Tuttavia, il problema iniziale non è logicamente risolto mediante le FDN; in particolare, queste non indicano nulla dell'origine logica delle due equazioni fondamentali.

Comunque, i principi operativi elencati alla fine della tabella B.3 includono le importanti leggi relative alla conservazione della quantità di moto (FDN 53) e alla conservazione del momento della quantità di moto (FDN 54); poi la legge della conservazione del momento della quantità di moto rispetto ad un movimento geometrico qualunque (FDN 65, 66, 68); ed infine la legge secondo cui il movimento reale di un sistema di corpi interagenti è quel movimento geometrico che rende minima l'energia cinetica perduta (FDN 69, 70); o, più precisamente, è quel movimento in corrispondenza del quale, considerando un qualunque altro movimento vicino al primo, il differenziale dell'energia cinetica perduta nei due casi è nullo: $d(\sum mU^2)=0$ (FDN 71, 72). Con queste conseguenze operative, enunciate sì con FDN

⁴ L. Carnot ritiene questo principio secondario, perché valido solo in particolari situazioni (*Saggio*, p. 29); a conferma di ciò, tale principio è posto in una nota del testo.

ma dedotte solo matematicamente dalla seconda equazione fondamentale, il problema proposto può essere considerato risolto. Quindi i principi operativi dati risolvono effettivamente il problema dell'urto dei corpi e B.3 è una unità di ragionamento matematico dalla seconda equazione fondamentale in poi; ma non nella sua totalità, né logicamente. Il filo logico delle sole FDN è spezzato da una serie di deduzioni solo matematiche (chiaramente di logica classica).

Si potrebbe dubitare che questo risultato insoddisfacente sia dovuto al non aver saputo trovare tutte le FDN nel testo. Ma si nota molto bene che nel testo non c'è nemmeno un ragionamento per assurdo conclusivo; mentre i ragionamenti per assurdo indicati nella tabella B.3, non sono determinanti, perché riguardano solamente le applicazioni della definizione di moto geometrico. Quindi la mancanza certa di un ragionamento per assurdo, relativo all'origine delle due equazioni fondamentali, è una prova decisiva per concludere che il ragionamento di logica non classica compiuto da L. Carnot con le FDN non chiude il ciclo.

Forse L. Carnot ha presupposto che il passaggio alla matematica e la deduzione analitica dei risultati operativi ponesse in secondo piano i ragionamenti di logica non classica. D'altronde, nel *Saggio* le due equazioni fondamentali vengono introdotte in una maniera che è oscura anche matematicamente.

E che il ragionamento complessivo non sia rigoroso è confermato dal fatto che la prima equazione fondamentale si ottiene presupponendo come principio metodologico la conservazione della quantità di moto (FDN 23); che però poi si ricava dalla seconda equazione fondamentale come principio operativo (FDN 53).

Allora in questa tabella il filo logico delle FDN non è rappresentativo di tutta la teoria; rappresenta, infatti, le premesse metodologiche, i concetti basilari e solo una parte di un ragionamento che poteva essere rigoroso.

9. Le FDN nella II Parte

Tabella B.4 *Il problema dei movimenti continui, la equazione $\sum F u = 0$ e i principi operativi sulle Macchine*

- [PM] Le equazioni fondamentali 1^a e 2^a riscritte nel caso dei movimenti continui (per gradi insensibili) sono: $\sum m \underline{V} \cdot \underline{p} dt - \sum m V dV = 0$ (1^a equazione dei moti per gradi insensibili); $\sum m \underline{u} \cdot \underline{p} dt - \sum m u d[V \cdot (\underline{u}/u)] = 0$ (2^a equazione dei moti per gradi insensibili). 73 (p. 50, r. 36)
- *Problema:* Ricerca di tutte le leggi dei movimenti continui. 74 (p. 50, r. 37)
- [PT] Gli ostacoli, in quanto corpi usuali, si muovono. 75, 76 (p. 58, r. 7)
- [PT] Gli ostacoli sono solo corpi di massa elevata. 77, 78 (p. 58, r. 27)
- [PT] La velocità degli ostacoli è piccola, cioè il loro moto è impercettibile. 79 (p. 58, r. 30)
- [PT] La resistenza degli ostacoli è una forza analoga alle altre forze (attive) agenti nella Macchina. 80 (p. 59, r. 16)
- [PT] In una Macchina, si possono eliminare le parti poco massive. 81 (p. 59, r. 32)
- [PT] Le parti poco massive non compariranno nella 2^a equazione fondamentale. 82 (p. 60, r. 2)
- [PT] Nella 1^a legge fondamentale ci sono solo corpi che possono modificare il movimento di altri corpi. 83 (p. 61, r. 4)
- [PT] In una Macchina talvolta si fa astrazione dalla massa delle sue varie parti e si considera solo lo sforzo che esse fanno sui corpi che vi sono applicati. 84 (p. 61, r. 6)

- [PM] Allora, nella 2^a equazione fondamentale, il prodotto mU può essere sostituito con la forza esercitata F , per cui si ottiene l'equazione $\sum FucosF^{\wedge}u=0$. 85 (p. 62, r. 34)

Seconda Parte

- [PM] Teorema fondamentale: $\sum FucosF^{\wedge}u=0$. 86 (p. 68, r. 4)
- [PM] L'equazione $\sum FucosF^{\wedge}u=0$ non è che la 2^a equazione fondamentale. 87 (p. 69, r. 6)
- [PM] L'equazione $\sum FucosF^{\wedge}u=0$ è una estensione della legge di Cartesio dell'equilibrio tra due forze. 88 (p. 69, r. 10)
- [PO] Le condizioni di equilibrio in una Macchina a pesi si ricavano considerando dei movimenti geometrici e uguagliando a zero la velocità verticale del baricentro. 89 (p. 71, r. 22)
- [PT] La resistenza degli ostacoli può essere sostituita con una uguale forza attiva; ciò non altera lo stato di equilibrio della Macchina. 90 (p. 74, r. 30)
- [PO] Il moto rotatorio rigido di un sistema è un moto geometrico. 91 (p. 75, r. 19)
- [PO] In una Macchina il cui moto è continuo, la somma dei momenti di attività consumati è nulla. 92 (p. 75, r. 33)
- [PO] Nel caso di moto continuo, il momento di attività consumato dalle forze è uguale alla metà dell'aumento delle forze vive. 93, 94 (p. 78, r. 26; p. 78, r. 30)
- [PT] All'inizio del moto di una Macchina, le forze sollecitanti sono superiori alle forze resistenti e il moto accelera. 95 (p. 81, r. 14)
- [PT] Il movimento della maggior parte delle Macchine è uniforme, perché alla fine le forze sollecitanti e quelle resistenti si elidono a vicenda e la Macchina non si muove che in virtù dell'inerzia delle sue parti. 96 (p. 81, r. 25)
- [PO] In una Macchina, l'effetto prodotto FVt è costante ed indipendente dalla sua particolare conformazione. 97 (p. 84, r. 36)
- [PO] In una Macchina, l'effetto prodotto da una forza non supera mai quello che la forza può produrre naturalmente. 98 (p. 85, r. 2)
- [PO] Le Macchine offrono la possibilità di variare a piacere i termini del prodotto FVt . 99 (=101) (p. 85, r. 21; p. 85, r. 33)
- [PO] Lavoro prodotto e consumato si uguagliano. 100 (p. 85, r. 30)
- [PM] Causa ed effetto non sono sproporzionati. 102 (p. 88, r. 19)
- [PO] Per rendere massimo l'effetto, F e V devono avere stessa direzione e stesso verso indipendentemente dal resto. 103 (p. 90, r. 19)
- [PO] I rapporti numerici tra F , V , t si determinano sperimentalmente e non in maniera assoluta. 104 (p. 90, r. 28)
- [PO] Per rendere massimo l'effetto, il moto deve essere continuo; tuttavia, si possono avere delle eccezioni. 105, 106 (p. 92, r. 6)
- [PO] Per rendere massimo l'effetto, non si deve avere alcun movimento inutile. 107 (p. 93, r. 23)
- [PO] Impossibilità del moto perpetuo. 108 (=109) (p. 94, r. 16; p. 95, r. 33)
- [PT] Le forze motrici hanno origine nell'attrazione tra i corpi, dipendente dalla distanza. 110 (p. 95, r. 35)
- [PT] Le forze attrattive sono funzioni della distanza tra i corpi. 111, 112 (p. 96, r. 1)
- [PO] Si guadagna da un lato, ciò che si perde dall'altro. 113, 114 (p. 99, r. 1)

All'inizio di questa tabella si danno la 1^a e la 2^a equazione dei moti per gradi insensibili (FDN 73); L. Carnot qui introduce il concetto di forza motrice p , che è da tradurre modernamente con l'accelerazione.

Poi pone con chiarezza il problema dei movimenti continui (FDN 74); per risolverlo, dalla 2^a equazione fondamentale ricava l'equazione $\sum F_{ucos} \dot{u} = 0$ (FDN 85). Quindi, la trattazione dei movimenti continui viene affrontata solo dopo aver stabilito le equazioni e le leggi che governano l'urto. Questo conferma l'impostazione di L. Carnot, di considerare le forze continue come dovute ad una serie di colpi infinitamente piccoli, impressi ad intervalli infinitamente vicini (*Principi*, pp. 30, 31); cioè, di considerare la teoria degli urti istantanei come il problema fondamentale da risolvere e quello dei moti continui come suo caso limite.

Notiamo la presenza di tutta una serie di premesse teoriche sugli ostacoli e sulle Macchine (FDN 75-84); il cui obiettivo è di giustificare l'equazione $\sum F_{ucos} \dot{u} = 0$ (che rappresenta la traduzione in formula del teorema fondamentale che sta all'inizio della Seconda Parte del *Saggio*, all'altezza della FDN 86) da cui, per deduzione matematica, si ottengono i principi operativi presenti nella tabella, che sono le leggi generali che L. Carnot dà sul comportamento delle Macchine continue. Ma non c'è una maniera di arrivare a quella equazione con le sole FDN; e neanche alle due equazioni dei moti per gradi insensibili. Né c'è un ragionamento per assurdo.

Quindi anche in questa unità di ragionamento, la serie delle FDN rappresenta solo parzialmente il filo logico del discorso; per il resto sono le deduzioni matematiche di logica classica che mantengono una continuità di ragionamento.

Invece i risultati principali sono tutti espressi con FDN, come PO.

I principi operativi della tabella B.4 risolvono il problema proposto della ricerca di tutte le leggi dei movimenti continui. Si nega definitivamente la chimera della potenza infinita delle Macchine (FDN 102); grazie alla relazione matematica $q = FVt$ (FDN 97), che costituisce la regola d'oro, si discute della loro vera utilità (FDN 99, 101). Un ulteriore problema importante che si affronta è quello di massimizzare l'effetto prodotto; si danno delle regole generali per ottenere questo risultato (FDN 103, 104, 105, 106, 107).

In fondo alla serie delle FDN, L. Carnot aggiunge una dimostrazione della impossibilità del moto perpetuo, ricavata dall'esame di tutti i casi possibili in natura delle forze motrici di attrazione tra i corpi; per i quali casi egli applica i principi operativi precedenti. Ne conclude che qualsiasi cosa si faccia e qualunque meccanismo si inventi (poiché le forze motrici hanno origine nell'attrazione tra i corpi (FDN 110), e queste forze attrattive sono funzioni della distanza tra i corpi (FDN 111, 112)), il moto perpetuo è irrealizzabile. Ma questa dimostrazione (la cui validità è dubbia) casomai è una dimostrazione diretta, non certo per assurdo; quindi non rispecchia la natura delle molte affermazioni DN che egli ha usato.

A proposito del moto perpetuo, nella Prefazione (p. IX) L. Carnot scrive: «Le riflessioni che io propongo su questa legge [la regola d'oro] mi conducono a dire qualche cosa del moto perpetuo; e io faccio vedere non solamente che ogni Macchina abbandonata a se stessa deve fermarsi, ma assegno anche l'istante in cui questo deve accadere». Naturalmente, tanta precisione non trova riscontro nel seguito del *Saggio*; e questa affermazione dimostra che lui non era pienamente consapevole delle implicazioni della sua opzione problematica di organizzazione della teoria, nell'ambito della quale una tale pretesa idealistica non avrebbe dovuto avere alcuno spazio.

La tabella si chiude con un principio operativo (FDN 113, 114) che possiamo ritenere la conseguenza ultima dell'impossibilità del moto perpetuo (FDN 108, 109).

Anche in B.4 il filo logico delle FDN non è rappresentativo della teoria qui esposta perché le FDN non chiariscono la derivazione dell'equazione $\sum FucosF^u=0$, da cui si ricavano tutte le leggi dei movimenti continui. In particolare, si nota l'assenza di ragionamenti per assurdo, indispensabili in una teoria OP per giungere a risultati operativi e affermazioni finali positive.

10. Le FDN nel Paragrafo Finale

Tabella B.5 *Considerazioni conclusive sulle teorie scientifiche*

- [PG] Nelle scienze razionali, soprattutto nella Fisica, le definizioni esatte sono fonte di imbarazzo. 115 (p. 105, r. 34)
 - [PG] Una definizione deve essere non ambigua. 116 (p. 106, r. 1)
 - [PT] Un corpo è una estensione impenetrabile di volume costante. 117 (p. 106, r. 7)
 - *Problema:* La proprietà precedente non è comune al corpo e allo spazio vuoto? 118 (p. 106, r. 10)
 - [PG] Questa proprietà non si può definire, in quanto è una idea primitiva. 119, 120 (p. 107, r. 10)
- | | |
|--|---|
| <ul style="list-style-type: none"> • [*PT] Le due leggi fondamentali sono verità sperimentali. 121 (p. 107, r. 13) | 
Ragionamento per assurdo |
| <ul style="list-style-type: none"> • [*PT] La richiesta di una spiegazione dettagliata di tutto porta alla confusione delle idee. 122 (p. 107, r. 25) | 
Ragionamento per assurdo |

In questa tabella si affronta molto lucidamente il problema generalissimo della organizzazione di una teoria scientifica. Di esso vengono indicate due soluzioni: razionale ed empirica (FDN 115, 116). Il discorso di L. Carnot è ben interpretabile con le due organizzazioni della teoria: o deduttiva, o problematica. Ed egli sceglie dichiaratamente per la seconda soluzione, dal momento che le sue leggi fondamentali vogliono essere verità sperimentali (FDN 121), e la spiegazione dettagliata di tutti i concetti non è possibile perché, egli dice, una tale pretesa porta confusione ed oscurità nella teoria (FDN 122).

Anche questa ultima dichiarazione ci dice che il *Saggio* segue una organizzazione problematica, cioè una organizzazione che utilizza principi euristici basati sull'esperienza.

La unità B.5 è finalmente un vero ciclo di ragionamento, perché la serie di FDN la rappresenta bene: posto il problema (FDN 118), si negano, con un ragionamento per assurdo, i principi generali (FDN 115, 116, 119, 120), giungendo alla conclusione palesemente assurda che il corpo e il vuoto hanno la stessa proprietà caratteristica di essere una estensione impenetrabile di volume costante, anche se tra le

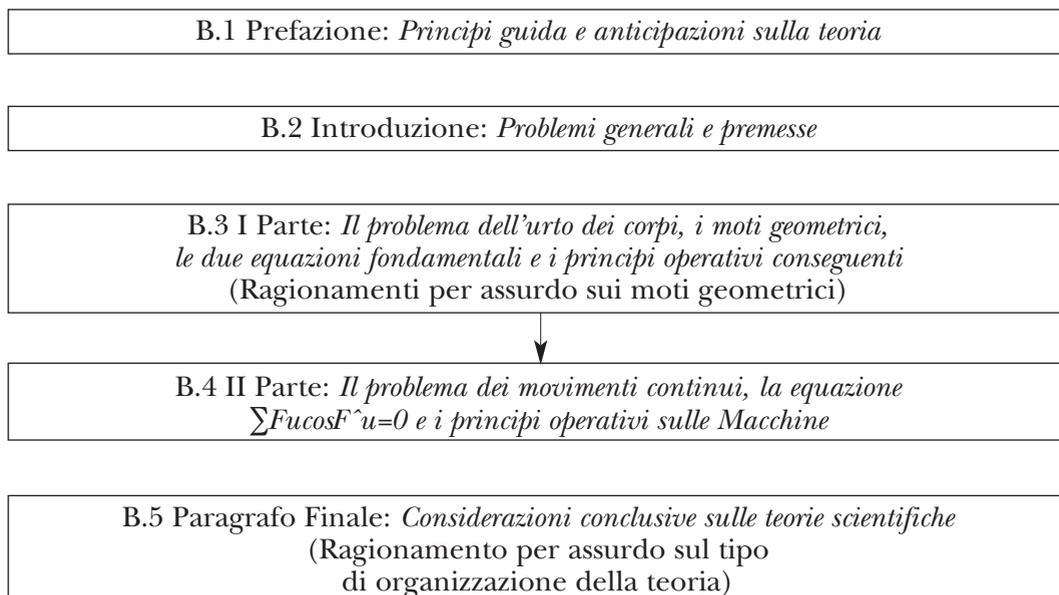
due entità fisiche non c'è alcun punto di contatto o analogia. Purtroppo, il contenuto di questo ciclo di ragionamento non è di natura fisica ma filosofica. Comunque attesta che la maniera più precisa di ragionare, quella con le sole FDN, poteva essere seguita da L. Carnot.

11. Relazioni tra le unità di ragionamento

Anche se le precedenti unità di ragionamento non sono tutte soddisfacenti, comunque la loro serie dà una coerente divisione del testo del *Saggio* ed una plausibile ricostruzione della teoria. (Di seguito riportiamo, in uno schema logico, diagramma C, le cinque unità di ragionamento B.1 - B.5, per evidenziare le relazioni che ognuna di esse ha con le altre; le frecce hanno qui il significato di implicazione logica). Tutto ciò riconferma che L. Carnot ha ragionato fondamentalmente con le FDN, costruendo così la sua meccanica come una teoria di logica non classica. D'altronde, l'organizzazione della teoria che è venuta fuori dalla nostra dettagliata analisi del *Saggio*, cioè quella Problematica, è stata illustrata da L. Carnot e dichiarata esplicitamente preferibile nell'ultimo paragrafo del libro (*Riflessioni sulle leggi fondamentali dell'equilibrio e del movimento*, pp. 104-107), il cui sviluppo è presentato sinteticamente ma efficacemente nella tabella B.5 .

Tuttavia, il fatto che delle cinque unità solo l'ultima sia un vero ciclo di ragionamento fa capire che la speculazione viene condotta in maniera non precisa e non completa logicamente.

C - DIAGRAMMA DELLE RELAZIONI TRA LE CINQUE UNITÀ DI RAGIONAMENTO DEL SAGGIO



La circostanza che ci sia una sola freccia logica tra cinque unità di ragionamento indica che la logica non classica delle FDN non viene usata da L. Carnot articolatamente per dettagliare la sua teoria; essa rappresenta al più un atteggiamento generale, confermato dalla unità B.5 (che però è abbastanza impropria in un libro di meccanica, perché di natura filosofica). In altri termini, L. Carnot non è riuscito a chiarire la relazione tra logica non classica e deduzione matematica, la quale, essendo basata sulla uguaglianza esatta, ovviamente segue la logica classica. (Il figlio Sadi farà di meglio nel suo libro del 1824, fondante la termodinamica, perché non userà affatto la matematica). Tutto ciò suggerisce un'ipotesi esplicativa della curiosa organizzazione della sua ultima opera sulla meccanica (*Principi*); essa fino a pagina 100 è per assiomi; poi lui sostiene che il seguito può fare a meno di questa parte assiomatica (p. XVIII). Drago e Manno hanno ipotizzato (p. 307) che ciò fu fatto per ingraziarsi l'assiomatico Laplace e così ottenere un incarico di insegnamento alla Scuola Politecnica. Ora invece si può ipotizzare che L. Carnot si è reso conto del conflitto logico tra teoria a FDN (e quindi a logica non classica) e teoria matematizzata (e quindi a logica classica); e non ha trovato di meglio che spezzarle in due parti.

12. Mancanze di tipo analitico-deduttivo nella teoria

Ora vogliamo dare conto dei risultati del paragrafo 8, i quali mostrano che nella prima parte L. Carnot non è riuscito a chiarire la relazione tra frasi doppiamente negate di logica non classica e l'utilizzo della matematica. Infatti, nel giustificare le sue equazioni fondamentali a partire dalle FDN dei problemi posti, egli avrebbe dovuto ogni volta chiudere l'argomentare con la logica non classica mediante l'unica possibilità per giungere a risultati sulla realtà, un ragionamento per assurdo; invece, ha cercato una via indipendente dalle FDN, solo deduttiva.

In effetti, concludendo il suo *Saggio*, L. Carnot dice (p. 107): «Una spiegazione dettagliata di questi principi [le due leggi fondamentali] non entrerebbe nel piano di questa opera e forse non sarebbe servita che a complicare le cose». Ma a noi sembra che questa frase copra maldestramente i difetti logici della sua teoria. Anche secondo Jammer (che però non dice di più), «il suo trattamento non è sempre strettamente coerente» (p. 215). Allora, più che la mancanza di un chiaro ideale di teoria OP, è la sua imprecisione di ragionamento che lo fa allontanare da quell'ideale.

Per sottolineare ulteriormente questa imprecisione di ragionamento, qui vogliamo evidenziare le varie mancanze di tipo analitico nella teoria; infatti, mostreremo che alcune spiegazioni sono chiaramente insufficienti, tanto che le equazioni che egli ottiene restano ingiustificate anche secondo la via strettamente deduttiva.

Per iniziare, notiamo che L. Carnot dichiara (*Saggio*, pp. 44, 45) la conservazione del momento della quantità di moto essere la *legge più generale della teoria*; mentre in realtà essa non è più fondamentale delle altre leggi di conservazione. Anzi, a p. 39 del *Saggio* egli dice che alla base della sua teoria c'è il principio della conservazione dell'energia, che non può essere confuso con quello precedente.

Inoltre, la prima equazione fondamentale presuppone la *conservazione della quantità di moto*; che però poi viene ricavata, come se fosse una novità, dalla secon-

da equazione fondamentale (mediante i moti geometrici di traslazione uniforme), che secondo Carnot deriverebbe dalla prima equazione fondamentale; questo costituisce un circolo vizioso nel ragionamento.

Poi, la deduzione matematica dalle due leggi fondamentali della prima equazione fondamentale (*Saggio*, pp. 24-27) non è chiara. Essa è ottenuta con una lunga serie di passaggi, che si possono tuttavia riassumere come segue.

Per quella che L. Carnot chiama la «prima legge fondamentale» (la reazione è sempre uguale e contraria all'azione, ovvero la quantità di moto perduta $m_i \underline{U}_i$ da un corpo è sempre guadagnata dagli altri), nel caso di *due* corpi interagenti si ha

$$\sum_i m_i \underline{U}_i = 0 \quad i = 1, 2. \quad [1]$$

Per la «seconda legge fondamentale» (dopo un urto due corpi plastici hanno velocità relativa, stimata perpendicolarmente alla superficie comune nel loro punto di contatto, nulla), si può scrivere

$$\sum_i m_i \underline{U}_i \cdot \underline{V} = 0 \quad i = 1, 2; \quad [2]$$

ma poi Carnot passa alla formula finale seguente

$$\sum_i m_i \underline{U}_i \cdot \underline{V}_i = 0 \quad i = 1, 2 \quad [3]$$

che non è algebricamente equivalente alla [2] se $\underline{V}_i \neq \underline{V}$. Perciò il passaggio determinante dalla [2] alla [3] non viene chiarito da Carnot, così che la prima equazione fondamentale, nella sua generalità formale, rimane ingiustificata. Ma si noti che poi, a p. 49 del *Saggio*, egli deriva la conservazione dell'energia dalla prima equazione fondamentale. Quindi le sue equazioni fondamentali e le conservazioni sono collegate. Ma forse a Carnot è apparso troppo astratto presupporre quelle conservazioni; allora egli ha voluto compiere il cammino inverso: giustificare empiricamente le sue equazioni fondamentali. Se così, il tentativo è lodevole, ma non è riuscito.

Possiamo allora ipotizzare che la prima equazione fondamentale sia stata intuita grazie all'aver dato validità alla conservazione dell'energia, anche se nella sua esposizione la conservazione dell'energia non è un punto di partenza, ma un punto di arrivo. Ciò può essere spiegato tenendo presente che ai suoi tempi tale principio (come pure ogni altro principio di conservazione) era considerato massimamente metafisico, in quanto enfatizzato da Leibniz, il cui tentativo di costruire una teoria alternativa a quella newtoniana era stato sconfitto dallo sviluppo entusiastico di quest'ultima. Allora si può ipotizzare che Carnot abbia voluto evitare di fondare la sua meccanica su principi considerati metafisici ed abbia dato ad essa una forma quanto più possibile concreta e sperimentale, pur facendosi guidare da quel principio.

Anche Carnot sostiene che la sua meccanica non è altro che una teoria meccanica energetica. Infatti lui dice nel *Saggio* (p. 39): «è dunque questa conservazione delle forze vive che servirà... da base a tutta la nostra teoria delle Macchine»; ed in effetti Carnot è uno dei primi fisici che vuole ragionare con la Fisica del lavoro e dell'energia.

Comunque, se la [3] è valida, essa vale innanzitutto per i corpi del sistema presi due a due; per il principio di sovrapposizione (qui non menzionato da Carnot, ma espresso nella 4^a Ipotesi dei *Principi*, p. 49), tutte queste equazioni si possono sommare e per l'intero sistema (costituito da n corpi) si ha

$$\sum_i m_i \underline{U}_i \cdot \underline{V}_i = 0 \quad i = 1, \dots, n$$

prima equazione fondamentale.

Per dedurre matematicamente dalla prima equazione fondamentale la seconda equazione fondamentale (*Saggio*, pp. 31, 32), L. Carnot propone un ragionamento nel quale egli considera i corpi «animati» (non dalle \underline{W}_i , velocità iniziali, né dalle \underline{V}_i , velocità finali, ma) dalle \underline{U}_i , velocità perdute. La deduzione è poco convincente perché utilizza la parola «animati», che non ha alcun senso fisico.

Tuttavia, resta la possibilità che Carnot dica «animati» impropriamente, e che le \underline{U}_i siano le solite velocità perdute; allora egli starebbe considerando il caso in cui dopo l'interazione i corpi sono complessivamente fermi. Ma anche in questa circostanza, il ragionamento non sarebbe accettabile, perché non si capisce come nasca la seconda equazione fondamentale come prodotto scalare di \underline{u}_i e \underline{U}_i , e non ad esempio come somma delle due velocità.

Infine un altro fatto che dimostra che lui non ha seguito un filo logico rigoroso è che i passaggi a partire dalla 2^a equazione fondamentale che danno luogo alle conservazioni non sfruttano la proprietà degli \underline{u}_i di essere moti geometrici, cioè invertibili; ma solo certe altre proprietà vettoriali generiche.

In definitiva lo sviluppo matematico della teoria dalle equazioni fondamentali è coerente e ampio; ma lo è in quanto sfrutta le potenzialità del *principio dei lavori virtuali*, di cui la 2^a equazione fondamentale è una rielaborazione per il caso dell'urto⁵. Carnot crede invece di aver trovato delle formule (le due equazioni fonamen-

⁵ Illustriamo il passaggio dall'una all'altra equazione.

Bisogna premettere che nel settecento non si distinguevano nettamente i simboli \dot{x} , d , δ (perché si consideravano sempre funzioni continue o al più spezzabili in funzioni continue); allora, partendo dalla seconda equazione fondamentale, si possono scrivere le uguaglianze seguenti

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_i m_i \underline{U}_i \cdot \underline{u}_i = \sum_i m_i (\underline{W}_i - \underline{V}_i) \cdot \underline{u}_i = \sum_i m_i \Delta \underline{v}_i \cdot (d\underline{x}_i / dt) = \\ &= \sum_i m_i (\Delta \underline{v}_i / dt) \cdot d\underline{x}_i = \sum_i m_i \underline{a}_i \cdot d\underline{x}_i = \\ &= \sum_i \underline{F}_i^{(a)} \cdot d\underline{x}_i = \sum_i \underline{F}_i^{(a)} \cdot \delta \underline{x}_i \end{aligned}$$

($\underline{F}_i^{(a)}$ indica la risultante delle forze attive agenti sull' i -esimo corpo) dove i moti geometrici \underline{u}_i sono passati a spostamenti geometrici $d\underline{x}_i$; e questi, per vincoli indipendenti dal tempo, coincidono con gli spostamenti virtuali $\delta \underline{x}_i$ (vedi Manno 1991).

Dall'equazione

$$\sum_i \underline{F}_i^{(a)} \cdot \delta \underline{x}_i = 0,$$

ricordando che dalla passività delle reazioni vincolari \underline{R}_i segue

$$\sum_i \underline{R}_i \cdot \delta \underline{x}_i = 0,$$

si ha

$$\sum_i (\underline{F}_i^{(a)} + \underline{R}_i) \cdot \delta \underline{x}_i = 0$$

da cui

$$\sum_i \underline{F}_i \cdot \delta \underline{x}_i = 0$$

quest'ultima essendo l'equazione che esprime il principio dei lavori virtuali.

tali) che sono giustificabili in maniera indipendente; ma le giustificazioni che egli dà non sono valide. Proprio su questi nodi teorici avrebbero dovuto intervenire rigorose argomentazioni a frasi doppiamente negate, terminanti con un ragionamento per assurdo. Tutto ciò conferma allora che la incoerenza dell'insieme delle FDN, verificata nei paragrafi 6-11, non è da addebitare alla insufficienza delle FDN e della logica non classica a rappresentare il nucleo di una teoria, ma alla generale insufficienza logica dei ragionamenti di L. Carnot (di cui sarebbe facile ricordare che i tanti impegni militari, politici, strategici certamente gli hanno tolto il tempo necessario ad una riflessione più matura).

Bibliografia

- Carnot, L.
 1786 *Essai sur les Machines en général*, Defay, Dijon (indicata per brevità con *Saggio*).
 1803 *Principes fondamentaux de l'équilibre et du mouvement*, Deterville, Paris (indicata per brevità con *Principi*).
 1971 *Mémoire sur la Théorie des Machines* (1778), pubblicata in parte in C.C. Gillispie (a cura di), *Dictionary of Scientific Biography*, Charles Scribner's Sons, New York 1970-80, pp. 269-296.
 1971 *Mémoire sur la Théorie des Machines* (1781), pubblicata in parte, ivi, pp. 297-340.
- Carnot, S.
 1824 *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, Bachelier, Paris.
- Drago, A.
 1991 *Le due opzioni*, La Meridiana, Molfetta.
- Drago, A. e Manno, S.D.
 1989 *Le ipotesi fondamentali della meccanica secondo Lazare N. M. Carnot*, in «Epistemologia», 12, pp. 305-330.
- Drago A., Manno, S.D. e Mauriello G.
 2001 *Una presentazione concettuale della meccanica di Lazare Carnot*, in «Giornale di Fisica», 42, pp. 131-156.
- Drago, A. e Pisano, R.
 2000 *Interpretazione e ricostruzione delle Réflexions di Sadi Carnot mediante la logica non classica*, in «Giornale di Fisica», 41, pp. 195-217.
- Jammer, M.
 1957 *Concepts of Force*, Harvard University Press, Cambridge.
- Manno, S.D.
 1991 *Il principio dei lavori virtuali nelle meccaniche di Lagrange e di Lazare Carnot*, in F. Bevilacqua (a cura di), *Atti XII Congr. Naz. St. Fisica*, L'Aquila, pp. 225-242.
- Mauriello, G.
 2000 *La teoria dell'urto in Leibniz, Lazare Carnot e in relatività ristretta*, tesi di laurea in Fisica, Università Federico II, Napoli, a.a. 2000-01.