

L'EQUIVOCO DEL "PROTONE" NEL MODELLO DEI BUCHI DI DIRAC (1929-1931)

Riassunto

E' noto che il modello dei buchi di Dirac fu inizialmente interpretato come una teoria per elettroni e protoni. In questo intervento si vogliono ripercorrere le trame del dibattito scientifico che originò dalla formulazione di tale modello e da una simile interpretazione; in particolare si intende sottolineare il peso che ebbero su di esso alcune specifiche convinzioni e aspettative, che andarono poi deluse con la successiva identificazione del buco con l'antielettrone. Queste aspettative si associarono a particolari difficoltà tecniche insite sia nella struttura globale del modello sia nell'equivoco "buco-protone". Ma ad esse si associarono anche attese di più ampio respiro nei confronti di una semplicità del comportamento della natura che pareva realizzarsi in questa teoria unificata della materia esistente. Il crollo del "sogno dei filosofi" - come lo chiamò lo stesso Dirac - aprì tuttavia la prospettiva di una nuova proprietà di simmetria della fisica.

1 Introduzione

E' in seno all'elaborazione del modello delle holes di Dirac che fu realizzata, come è noto, la previsione dell'esistenza in natura dell'antiparticella dell'elettrone e dei fenomeni di annichilazione elettrone-positrone. Tuttavia la storia dei primi anni di studi attorno alla teoria di Dirac è caratterizzata dalla comparsa della particella *protone* quale oggetto inaspettatamente descritto da tale teoria al fianco dell'elettrone.

Le *holes* elettroniche, infatti, furono originariamente interpretate come protoni e non come antielettroni. Da tale interpretazione si generò una cascata di situazioni problematiche connesse con l'attuale non riconducibilità della fisica del protone a quella del positrone; fisici famosi, come Tamm, Oppenheimer e lo stesso Dirac si impegnarono nell'eseguire calcoli sui fenomeni descrivibili in termini del nuovo modello che catturò la loro attenzione non solo per il proprio contenuto intrinseco ma anche per alcune caratteristiche generali - essenzialmente il fatto che il modello, con la sua prima interpretazione, compariva come una teoria unificata per la materia esistente. Nel ripercorrere i momenti più importanti degli studi sul modello delle holes, dalla sua formulazione del 1929 alla previsione del positrone avvenuta nel 1929, avremo modo di riflettere sul ruolo giocato, in questa vicenda, da un insieme di credenze soggettive e aspettative generali sul comportamento della natura.

2 Il modello delle holes

"Una teoria per elettroni e protoni": era proprio questo il titolo sotto il quale Dirac pubblicò la sua originaria formulazione del modello delle holes. Ne riporto ora brevemente la struttura e i contenuti, in modo che sia chiaro come si collocava in esso la fisica del protone e come vi si realizzava la connessione con la fisica dell'elettrone.

Il punto di partenza era l'esistenza di stati con valori negativi per l'energia: stati più stabili di quelli relativi a energia positiva, e quindi tendenzialmente occupati a due a due, in obbedienza al principio di esclusione di Pauli.

Lo stato fondamentale, o di quiete, di un sistema elettronico risultava popolato, quindi, da un "mare" di elettroni che occupavano a coppie tutti gli stati di energia $W < 0$, mentre tutti gli stati di energia $W > 0$ erano "vuoti":

"Let us assume that there are so many electrons in the world that all the most stable states are occupied, or, more accurately, that *all the states of negative energy are occupied except perhaps a*

few of small velocity." (Dirac 1929, p. 362).

Questa situazione, però, avrebbe determinato la presenza di un numero infinito di elettroni nel "mare" di energia negativa, il che introdusse la necessità di imporre un'ulteriore assunzione circa la loro osservabilità:

"If their distribution is exactly uniform we should expect them to be completely unobservable. *Only the small departures from exact uniformity, brought about by some of the negative-energy states being unoccupied, can we hope to observe.*" (Dirac 1929, p. 362).

Ovviamente il tutto doveva sottostare a una clausola:

"The Pauli exclusion principle, however, will come into play and prevent more than one electron going into any one state." (Dirac 1929, p. 362).

Queste due sole considerazioni costituiscono l'ossatura del modello delle holes. Da questa struttura emergeva, come vedremo, la dinamica di particelle di carica $+e$, *intrinseche* alla teoria di Dirac. Si trattava di quelle, "small departures from exact uniformity" e cioè delle holes. Dal momento che si trattava -- secondo l'assunzione di Dirac -- delle uniche quantità osservabili[631] era necessario indagare sulle loro proprietà fisiche. Dirac, per questo scopo, adottò uno schema ragionato analogo a quello usato nella teoria dei livelli a raggi X. Ossia, le caratteristiche fisiche delle holes furono dedotte dalle proprietà ad esse complementari degli elettroni necessari per eliminare le holes stesse e per ripristinare, così, lo stato fondamentale a partire da questi stati "popolati", invece, da holes (o stati eccitati):

"How would one of these holes appear to our observations? In the first place, to make the hole disappear, which we can do by filling it up with a negative-energy electron, we must put into it a negative amount of energy. Thus to the hole itself must be ascribed a positive energy. Again, the motion of the hole in an electromagnetic field will be the same as the motion of the electron that would fill it up, and this, as we have seen, is just the motion of an ordinary particle with a charge $+e$." (Dirac 1930b, p. 605).

Considerazioni simili erano già risuonate nella prima stesura del modello e si erano concluse così:

"We are therefore led to the assumption that {it the holes in the distribution of negative-energy electrons are the protons}." (Dirac 1929, p. 636).

Era così che la particella protone si proponeva sullo scenario animato dalla teoria di Dirac. Si trattava di un'"ordinaria" particella, con ordinaria energia positiva e carica $+e$. Il modello prevedeva inoltre che i protoni, interagendo con gli elettroni e con il campo elettromagnetico, dessero origine a fenomeni "nuovi" che catturarono immediatamente l'attenzione della comunità scientifica: il salto quantico di un elettrone da uno stato di energia positiva occupato in uno stato di energia negativa non occupato era interpretato come la sparizione simultanea (detta anche annichilazione) di un elettrone e di una hole (ossia di un elettrone e un protone):

"When an electron of positive energy drops into a hole and fills it up, we have an electron and proton disappearing together with emission of radiation." (Dirac 1929, p. 636).

3 Difficoltà

Nel momento in cui i fenomeni di annichilazione elettrone-protone incominciavano ad essere studiati sul piano quantitativo, e in cui si analizzavano le proprietà della radiazione emessa, ci si imbatteva in non lievi difficoltà.

Al lettore che si avventurasse *oggi* nella lettura dei testi che contengono la prima interpretazione del modello delle holes risulterebbe immediatamente evidente l'enorme differenza in massa fra l'elettrone e il protone; differenza che, invece, né l'originaria formulazione della teoria, né la *struttura* del modello di Dirac rispecchiavano. Ma ciò che risulta curioso è proprio la forma di attenzione che fu dedicata a suo tempo a questa anomalia. Essa destò sì forti sospetti, ma non fu riguardata come *il* punto nevralgico della teoria, bensì come *uno* dei capi di un intricato nodo che allacciava insieme la differenza fra le masse, appunto, e la difficoltà a trattare l'interazione fra gli elettroni del "mare" di Dirac.

Passiamo ora a considerare le difficoltà relative alle masse. Per Dirac la questione focale riguardava la *simmetria* fra gli elettroni e i protoni che si poteva apprezzare nel suo modello, ma che veniva a incrinarsi a causa delle loro masse, tanto diverse, nonché nei loro differenti ruoli giocati in fisica nucleare:

"Can the present theory account for the great dissymmetry between electrons and protons, which manifests itself through their different masses and the power of protons to combine to form heavier nuclei? It is evident that the theory gives, to a large extent, symmetry between electrons and protons." (Dirac 1929, p. 364).

Si innestava qui un'affermazione davvero audace, sulla quale si sarebbe basata tutta la discussione successiva:

"We may interchange their roles and assert that the protons are the real particles and the electrons are merely holes in the distribution of electrons of negative energy." (Dirac 1929, p. 364).

A seguito di un tale scambio, però, si sarebbe violata la simmetria fra elettroni e protoni nel momento in cui, nell'espressione dell'Hamiltoniano, si fosse tenuto conto dei termini di interazione. La situazione era la seguente: nel caso in cui si fosse trascurata l'interazione, la simmetria sarebbe rimasta intatta; infatti l'Hamiltoniano del sistema sarebbe stato della forma $\sum_a \epsilon_a n_a$, dove con $\sum_a \epsilon_a$ era da intendersi l'energia di un elettrone nello stato a e dove la somma era da estendersi a tutti gli stati a occupati; equivalentemente, una forma alternativa per l'Hamiltoniano sarebbe stata $\sum_a (-\epsilon_a) n_a$, da estendersi a tutti gli stati a non occupati: le due espressioni si sarebbero distinte solo per una costante, ossia per un termine irrilevante per la dinamica del sistema:

"Thus we get formally the same dynamical system if we consider the unoccupied states or protons each to contribute a term $-\epsilon_a$ to the Hamiltonian." (Dirac 1929, p. 364).

I problemi nascevano quando si voleva tener conto anche del termine di interazione, della forma $\sum_{a,b} V_{ab} n_a n_b$, dove con V_{ab} si indicava il potenziale di interazione fra due particelle che occupassero gli stati a e b . Non si riusciva a determinare, tuttavia, nessuna espressione che indicasse una somma estesa agli stati non occupati e che fosse equivalente alla precedente. Questa situazione metteva in crisi la possibilità di scambiare fra loro gli elettroni e i protoni:

"The interaction would therefore give an essentially different Hamiltonian if we regard the protons as the real particles that occupy states." (Dirac 1929, p. 364).

Secondo Dirac la questione si annodava dunque attorno alla rottura della simmetria fra elettroni e protoni che si realizzava attraverso la differenza fra le loro masse e attraverso il problema del termine di interazione. Questi due fatti, inizialmente descritti come due aspetti indipendenti dell'asimmetria, venivano poi proposti, da Dirac come da altri (Oppenheimer 1930a, Tamm 1930), come strettamente connessi, addirittura nell'aspettativa che, una volta che si fosse saputo risolvere il problema dell'interazione, con esso si sarebbe sanata anche la difficoltà relativa alle masse:

"The consequences of this dissymmetry are not very easy to calculate on relativistic lines, but we may hope it will lead eventually to an explanation of the different masses of proton and electron. Possibly some more perfect theory of the interaction (...) is necessary before this result can be obtained." (Dirac 1929, p. 364).

E' interessante notare che anche Tamm, a Mosca, stava studiando sul piano quantitativo i processi di annichilazione di coppie elettrone-buco nonché lo scattering di luce da elettroni. Anch'egli espresse le proprie perplessità sull'attendibilità di una trattazione matematica di tali fenomeni, proprio a motivo dell'incapacità di tener conto dell'interazione degli elettroni fra di loro e con il campo elettromagnetico:

"Questi processi potranno essere trattati coerentemente secondo la teoria di Dirac soltanto quando si riuscirà ad afferrare per via teorica l'interazione tra gli elettroni di energia negativa e la scomparsa del campo dell'elettrone e della hole dopo l'annichilazione." (Tamm 1930, p. 547).

Ecco dunque come si intrecciavano le osservazioni sulle difficoltà insite nel modello di Dirac. E tuttavia non si individuava ancora in che modo si potesse tener conto dell'interazione. Non solo, ma Dirac stesso avanzò addirittura alcune perplessità sulla possibilità che, una volta superata questa difficoltà, si sarebbe spiegato il dilemma relativo alle masse dell'elettrone e del protone:

"The theory, when one neglects interaction, requires the electron and proton to have the same mass, while experiment shows the mass ratio to be about 1840. Perhaps when one takes interaction into account the theoretical masses will differ, but it is again difficult to see how one could get the large difference required by experiment." (Dirac 1930b, p. 606).

Da queste citazioni possiamo osservare che solo Dirac, e solo in una fase iniziale, aveva isolato il problema della differenza fra le masse dell'elettrone e del protone come rilevante di per sé. Nel seguito, come abbiamo letto, lo si sarebbe connesso con le altre difficoltà della teoria. Non è superfluo sottolineare questa circostanza: essa, infatti, concorre a mettere in luce il peso assunto in tutta questa vicenda da aspettative generali sulla natura. Mi riferisco, in particolare, al successo attribuito, allora, al modello delle holes, nel ritenere che esso avesse ricondotto la fisica dell'elettrone e quella del protone ad un medesimo impianto teorico[632].

La situazione, insomma, era la seguente: era tale la stima di questo presunto successo che non ci si soffermava, sulle prime, sulla differenza fra i valori numerici di m_e e di m_p ; eppure tale differenza faceva parte da lungo tempo del patrimonio conoscitivo della comunità dei fisici ed era sperimentalmente un fatto incontestato. La si tenne in considerazione, di necessità, solo nel momento in cui della teoria furono evidenti altre manchevolezze, come il problema dell'interazione e quello degli infiniti. E l'approccio stesso a questa disparità presenta, secondo il nostro modo di pensare attuale, caratteristiche anomale e curiose: si volle mantener fede all'identificazione hole-protone, anche al costo di trattare la differenza in massa fra elettroni e protoni non come un dato di fatto, ma come una difficoltà della teoria e, in particolare, come una difficoltà di tipo concettuale: *come mai*, ci si chiedeva, la natura contraddice la simmetria, manifesta nel modello delle holes, fra elettroni e protoni, misurando per le loro masse valori tanto diversi? Oltre a ravvisare, dunque, l'anomalia non nell'interpretazione della teoria ma nei risultati sperimentali, si stimava addirittura che tali risultati necessitassero, sul piano concettuale, di una *spiegazione*. Di quel che fu un errore di interpretazione, insomma, si volle fare una questione di fondo, a cui se ne collegò forzatamente un'altra: il problema dell'interazione, dalla soluzione del quale si attendeva, come s'è visto, la pretesa *spiegazione*.

Quando si trattò di studiare, alla luce della teoria di Dirac, lo scattering di luce da un protone o da un elettrone, Oppenheimer incontrò non lievi difficoltà. I suoi calcoli illustravano una perfetta simmetria fra gli elementi di matrice per i due processi di diffusione, rispettivamente, da un elettrone o da un

protone, motivo per cui si sarebbero avuti uguali coefficienti di scattering per le due particelle; né il tener conto dell'interazione fra elettronei avrebbe influito, questa volta, in modo da distinguere fra le due classi di fenomeni:

"Of course, the interaction of electrons is omitted in this computation; but the difficulty is this, that such interaction would affect electron scattering and proton scattering in precisely the same way; whereas the Thomson formula requires the latter to be smaller by a factor proportional to the square of the ratio of the masses." (Oppenheimer 1930a, p. 563).

Ecco dunque che le conseguenze della teoria di Dirac comparivano in netta contraddizione con la formula di Thomson, riconosciuta come indiscutibilmente valida, e che, a partire dalla descrizione dello scattering di luce fornita dallo stesso Dirac, non era ragionevole attendersi una spiegazione dell'enigma delle masse.

Un'altra questione nasceva dallo studio dei fenomeni di annichilazione elettrone-hole (elettrone-protone), la cui probabilità di accadimento si stimava dovesse essere piccola, in base ai ragionamenti che ho riportato sopra; mentre dai calcoli eseguiti in proposito si ottenevano non solo valori che contraddicevano questa previsione, ma anche dati del tutto inattendibili: era fornita, per esempio "a mean life time for ordinary matter of the order of 10^{-10} seconds." (Oppenheimer 1930a, p. 563). Di questa situazione era ben consapevole anche Dirac:

"The frequency of occurrence of these processes according to the theory has been calculated independently by several investigators, with neglect of the interactions between the electron and proton (that is, the Coulomb force between them). The calculations give a result too much large to be true. In fact, the order of magnitude is altogether wrong." (Dirac 1930b, p. 606).

Considerazioni più specifiche si leggono dagli studi di Oppenheimer:

"The chief ambiguity of the present work arises from the fact that the energy radiated by the conversion of a stationary positive electron into a stationary negative electron is $2m_e c^2$; whereas the energy liberated by the annihilation of a stationary electron and a stationary proton should be $(m_e + m_p) c^2$." (Oppenheimer 1930b, p. 940).

Egli aveva anche tentato di svolgere i calcoli ignorando la differenza fra le masse, lasciandone indicato un valore nullo, ma la situazione risultava ancora insoddisfacente:

"This gives a transition probability which is absurdly large, and which is not appreciably reduced by the substitution of $m_e + m_p$ for $2m_e$ in the final formula." (Oppenheimer 1930b, p. 940).

La differenza in massa fra elettrone e protone assumeva, questa volta, un rilievo ben preciso e della problematicità che essa comportava era possibile indicare il peso sul piano quantitativo; i calcoli avevano condotto infatti, come risultato, al seguente valore per il tempo di vita media di un elettrone in una densità di protoni n_p :

$$T = \frac{m_e^2 c^3}{16 \pi^2 e^4 n_p} = \frac{5 \times 10^{10}}{n_p} \text{sec}$$

Non fu sufficiente nemmeno il tentativo di correggere queste espressioni tenendo conto del differente valore dell'energia irraggiata, $(m_e + m_p) c^2$ invece di $2m_e c^2$; infatti si sarebbe ottenuto:

$$T' = \frac{(m_e^2 + m_p^2) c^3}{64 \pi^2 e^4 n_p} = \frac{5 \times 10^{16}}{n_p} \text{sec}$$

Il commento di Oppenheimer fu: "Both of these expressions give an absurdly short mean life time for matter." (Oppenheimer 1930b, p. 943). Infatti, per un valore ragionevole per $n_p, n_e = 10^{25}$, egli ottenne:

$$T = 5 \times 10^{15}$$

$$T = 5 \times 10^9$$

Già abbiamo commentato come fosse poco soddisfacente un'altra approssimazione, quella che vedeva trascurata l'interazione. Svolgendo un calcolo molto meno raffinato, anche Tamm ebbe a commentare questa situazione e ad indicare quantitativamente l'ambiguità che discendeva, in connessione con tale approssimazione, dalla differenza fra m_e ed m_p . Avendo indicato, infatti, con $\sigma^2 = \left(\frac{v^2}{c^2}\right)^2$ la sezione d'urto per un processo di annichilazione elettrone-protone, egli commentò:

"Poiché, nel trascurare l'interazione, la teoria di Dirac è simmetrica per quel che riguarda elettroni e protoni, così, presumibilmente, in questa espressione si deve intendere per m un valore medio, attualmente non meglio definibile, della massa di un elettrone e di un protone." (Tamm 1930, p. 547).

L'ipotesi di introdurre una media in qualche modo pesata dei due valori delle masse fu avanzata dallo stesso Dirac quando ricavò e discusse la seguente forma per la probabilità di annichilazione per unità di tempo:

$$\frac{\pi e^4}{P|W|} f(\alpha) = \frac{\pi e^4}{m^2 c^3} \frac{1}{\alpha(\alpha+1)} \left[\frac{\alpha^2 + 4\alpha + 1}{(\alpha^2 - 1)^2} \log\left\{ \alpha + (\alpha^2 - 1)^{\frac{1}{2}} \right\} - (\alpha + 3) \right].$$

Da questa espressione (nella quale per α si intendeva $\frac{mv}{m_p c}$), dividendola per la velocità del protone, si otteneva la sezione d'urto effettiva relativa all'annichilazione fra un elettrone e un protone incidenti. Ed ecco ancora il dilemma delle masse:

"We cannot give an accurate numerical interpretation to our result because we do not know whether the m there refers to the mass of the electron or of the proton. Presumably it is some kind of mean. In any case the result is much too large to agree with the known stability of electrons and protons." (Dirac 1930a, p. 375).

Fra tutti gli interventi che ho riportato finora, con ogni probabilità quest'ultima è l'unica affermazione su cui concordassero tutti gli studiosi impegnati nell'argomento. Quanto al resto, s'è potuto notare quale confusione scompigliasse il giudizio e l'analisi del modello delle holes. Abbiamo comunque una quantità di informazioni sufficiente ad organizzare una valutazione storica della situazione.

4 Un bilancio complessivo

Si può concludere che il modello delle holes si presentava, fino al 1930, come una pittura attraente e suggestiva finché ci si limitava a una sua verbalizzazione e ci si accontentava di considerazioni qualitative. Non appena, però, se ne cercava un'applicazione fisica -- mi riferisco agli studi sui processi di annichilazione e sullo scattering di radiazione -- e si tentava un approccio quantitativo, la valutazione precipitava, trascinata da un groviglio di difficoltà e di incongruenze. Queste, come s'è visto, conseguivano le une dalle altre, e addirittura si intrecciavano, talvolta senza una precisa necessità logica, come nel caso della presunta connessione fra l'interazione degli elettroni, da un lato, e l'enigma delle loro masse, dall'altro. Di tutta questa matassa possiamo così elencare i fili che in qualche modo avevano un legame con l'identificazione (errata) della hole con il protone:

* l'enorme differenza in massa fra elettrone e protone inficiava la discussione dello scattering di luce da parte di ciascuna di queste particelle;

* per lo stesso motivo risultava difficile valutare quantitativamente i risultati precisi dei calcoli eseguiti sul fenomeno di annichilazione elettrone-protone;

* tali risultati apparivano, comunque, di gran lunga incompatibili sia con la stabilità della materia, sia con le previsioni espresse qualitativamente sulla piccola probabilità di accadimento del fenomeno di annichilazione.

A queste andavano aggiunte le difficoltà connesse con la distribuzione infinita di elettroni di energia negativa.

4.1 Qualche proprietà positiva

Che cosa stava sull'altro piatto della bilancia? La soluzione di alcune questioni, per così dire, di carattere tecnico e, soprattutto, una qualità di carattere generale alla quale fu rivolta un'enfasi notevole: il fatto, cioè, che il modello delle holes illustrava un'interessante proprietà di simmetria fra elettricità positiva e negativa. E tale proprietà ebbe un peso grave da contrapporre a quello delle difficoltà già elencate.

Le questioni tecniche possono essere così indicate:

* il modello delle holes forniva una risposta alla ricerca di un significato fisico per gli stati elettronici di energia negativa, necessaria, in meccanica quantistica, per spiegare le transizioni verso tali stati da livelli di energia positiva;

* calcoli che poggiavano sulla nuova interpretazione dei livelli di energia negativa costituivano finalmente un algoritmo coerente da cui far discendere la formula di Klein e Nishina, che era stata precedentemente ricavata secondo un metodo non soddisfacente, ma la cui validità era già stata sperimentalmente confermata;

* contestualmente al modello era possibile fornire una spiegazione dei fenomeni di annichilazione di coppie, di cui da tempo in astrofisica ci si stava occupando [\[633\]](#) ma con argomentazioni espresse solo verbalmente; mentre, a partire dalle ipotesi di Dirac, era possibile valutarne la significatività anche sul piano quantitativo, per quanto, come s'è visto, i risultati ottenuti costituissero essi stessi una nuova sorgente di difficoltà.

Su un piano non-tecnico, poi, la nuova "teoria di elettroni e protoni" sembrava realizzare quel che Dirac definì "il sogno dei filosofi", sul quale ci soffermeremo in quanto segue.

4.2 Il sogno dei filosofi

"It has always been the dream of philosophers to have all matter built up from one fundamental kind of particle, so that it is not altogether satisfactory to have two in our theory, the electron and the proton. There are, however, reasons for believing that the electron and proton are really not independent, but are just two manifestations of one elementary kind of particle." (Dirac 1930b, p. 605).

Queste affermazioni disinvoltate furono scritte da Dirac quando era ormai trascorso un anno e mezzo dalla formulazione del modello delle holes; ma già allora egli aveva sottolineato il fatto di aver

costruito una teoria unitaria per elettronei e protoni, anche se in quell'occasione fu ben più asciutto e conciso:

"We require to postulate only one fundamental kind of particle, instead of the two, electron and proton, that were previously necessary." (Dirac 1929, p. 363).

Certo allora non si erano ancora palesate le difficoltà che sorgevano dall'identificare la hole con il protone (a parte il fatto che la differenza fra le masse doveva già essere evidente); eppure, successivamente, anche di fronte a risultati numerici disdicevoli e palesi contraddizioni fra calcoli e previsioni qualitative, avevano comunque grande dignità, per Dirac, quelle prerogative di carattere generale che erano connesse a proprietà di simmetria, conservazione di grandezze fisiche, rigore formale. Qualità che comunemente riconosciamo come ottimali nella valutazione finale di una teoria, ma che, per Dirac, si imponevano quasi per necessità. Perciò la simmetria fra i due segni della carica elettrica "forzava" l'annessione dei protoni alla teoria degli elettroni. Una simile situazione -- scrisse -- "... prevents us from building up a theory of negatively charged electrons without bringing in also the positively charged protons." (Dirac 1930b, p. 605).

Effettivamente, se ripercorriamo la struttura del modello delle holes, non possiamo fare a meno di osservare la presenza di particelle di carica positiva la cui fisica si propone come esattamente simmetrica a quella degli elettronei di carica negativa. Contestualmente, quindi, all'identificazione hole-protone, possiamo comprendere la sicurezza che poteva guidare Dirac nel pronunciarsi così positivamente sulla situazione. Le sue affermazioni, inoltre, si collocavano in una discussione di più ampio respiro sulla materia in generale, con la quale egli introdusse il suo articolo "The Proton":

"Matter is made up of atoms, each consisting of a number of electrons moving round a central nucleus. It is likely that the nuclei are not simple particles, but are themselves made up of electrons, together with hydrogen nuclei, or protons as they are called, bound very strongly together. There would thus be only two kinds of simple particles out of which all matter is built, the electrons, each carrying a charge $-e$, and the protons, each carrying a charge $+e$." (Dirac 1930b, p. 605).

Non è irrilevante, ai fini della nostra analisi, che ancora a quei tempi si ritenesse che gli elettronei facessero parte dei nuclei assieme ai protoni: era questo, infatti, un aspetto in più che accomunava le due categorie di particelle, una tessera da aggiungere al mosaico che riproduceva la pretesa simmetria fra elettronei e protoni.

Tale simmetria fu studiata in maniera approfondita da parte di Hermann Weyl, il quale trasferì su un piano formale la struttura del modello di Dirac, a proposito del quale scrisse:

"His hypothesis leads to the essential equivalence of positive and negative electricity under all circumstances -- even on taking the interaction between matter and radiation rigorously into account." (Weyl 1930, p. 263).

Dal momento che le masse ascritte ai "due tipi di elettricità", ossia ad elettroni e protoni, sono diverse, per Weyl si poneva il problema di trovare un elemento nella teoria che consentisse di discriminare fra i due tipi di "elettricità". Si impegnò, in particolare, nello studio di trasformazioni canoniche che lasciassero invarianti le equazioni di campo [634]; compose, in particolare, una trasformazione, che aveva sostanzialmente l'effetto di scambiare i numeri quantici degli elettronei con quelli dei protoni, ma che lasciava invariate le equazioni d'onda quantizzate e le coordinate: la fisica del sistema, insomma, mostrava simmetria fra elettronei e protoni anche sul piano matematico. Weyl commentò:

"The dissimilarity of the two kinds of electricity thus seems to hide a secret of Nature which lies yet deeper than the dissimilarity of past and future." (Weyl 1930, p. 264).

In quest'ultima affermazione Weyl si stava riferendo al fatto che la trasformazione di inversione temporale da lui eseguita non lasciava invariate le equazioni di campo:

"Past and future play essentially different roles in the quantized field equations; we find no substitution which leaves these equations unchanged while reversing the direction of time." (Weyl 1930, p. 263).

Weyl realizzò dunque che la simmetria fra "elettricità positiva e negativa" doveva essere riguardata come un fatto di natura di fondamentale importanza, e le sue affermazioni in proposito erano pronunciate con cognizione di causa: esse, infatti, erano dettate da una matura riflessione su tale simmetria, di cui egli aveva indagato il significato fisico-matematico. E le conseguenze ricavate da questo studio si basavano sull'osservazione di due circostanze, la simmetria fra elettroni e holes e la differenza in massa fra elettrone e protone, riguardate finalmente come dati di fatto incontestabili: l'identificazione hole-protone, a questo punto, non era più sostenibile. Ma di una via d'uscita da questa situazione non si sapeva intravedere una traccia, per quanto, come potremo apprezzare dalle considerazioni di Dirac, essa fosse evidente.

5 L'antielettrone

"It was shown that one of the holes would appear to us as a particle with a positive energy and a positive charge and it was suggested that this particle necessarily has the same mass as an electron and also that, if it collides with an electron, the two will have a chance of annihilating one another much too great to be consistent with the known stability of matter." (Dirac 1931, p. 61).

Con queste affermazioni Dirac si stava approssimando ad illustrare quella che fu la previsione teorica del positrone: al modello delle holes, che pure aveva generato tante situazioni problematiche, egli non attribuì niente di più e niente di meno di quanto non fosse già contenuto in esso; non c'era bisogno, dunque, né di approfondimenti né di ulteriori sviluppi della teoria: se in esso si descriveva la fisica di una particella di massa uguale a quella dell'elettrone e di carica $+e$, bisognava semplicemente prenderne atto e dare un nome alla particella in esame:

"It thus appears that we must abandon the identification of the holes with protons and must find some other interpretation for them." (Dirac 1931, p. 61).

Ed ecco la nuova interpretazione:

"A hole (...) would be a new kind of particle, unknown to experimental physics, having the same mass and opposite charge to an electron. We may call such a particle an anti-electron." (Dirac 1931, p. 61).

Ecco dunque che la hole, quella presenza un po' fastidiosa di cui già si era riconosciuta la natura di una "ordinary particle", non solo era riguardata come una particella realmente esistente, ma le si attribuiva addirittura un nome preciso, fosse essa osservabile o no. A proposito della sua osservabilità o meno, Dirac non si diluì in congetture generiche, ma, dati alla mano, espresse affermazioni dedotte in base a una logica ferrea e a solide considerazioni sulle seguenti condizioni sperimentali:

"We should not expect to find any of them in nature, on account of their rapid recombination with electrons, but if they could be produced experimentally in high vacuum they would be quite stable and amenable to observation. An encounter between two hard γ -rays (of energy of at least half a million volts) could lead to the creation simultaneously of an electron and an anti-electron." (Dirac 1931, p. 61).

Questo fatto, però, comportava la rinuncia a quel "sogno dei filosofi" che vagheggiava la materia come formata a partire da un costituente ultimo. Bisognava perciò accettare l'esistenza non di un solo tipo di particella, né di due, l'elettrone e il protone: ce n'era una terza, l'antielettrone. E il protone risultava come assolutamente indipendente dalle altre due.

Tale novità, tuttavia, lasciava salva la simmetria fra holes ed elettroni; anzi, essa meritava presso Dirac un tale apprezzamento - in quanto dettata da considerazioni del tutto generali - che egli osò addirittura affermare che potessero esistere "holes" anche per la particella protone:

"The protons on the above view are quite unconnected with electrons. Presumably the protons will have their own negative-energy states, all of which normally are occupied, an unoccupied one appearing as an anti-proton." (Dirac 1931, p. 62).

La distinzione fra elettrone e protone si sarebbe imposta, due anni più tardi, con la rivelazione sperimentale del positrone.

6 Riflessioni critiche

Soffermiamoci ora in particolare su due fatti, l'identificazione della hole con il protone e la successiva previsione del positrone.

Il primo fatto si può succintamente riassumere così: data una struttura teorica che descriveva la fisica di un "qualcosa" di spin $\frac{1}{2}$, carica $+e$ e massa m_p , questo "qualcosa", in quanto si presentava come una "particella ordinaria", non poteva che essere l'ordinario protone, anche se esso ha una massa molto maggiore di m_p . L'attribuzione del carattere di "ordinarietà" era contestuale a un tipo di ricerca che, come è naturale, raccoglieva al di qua del proprio orizzonte referenziale le conoscenze che si erano sperimentalmente consolidate. A quel tempo, ripeto, si conoscevano due sole particelle fondamentali di cariche uguali e opposte e fino ad allora queste due si erano rivelate sufficienti alla descrizione della struttura della materia: la soluzione più ragionevole rendeva propensi a ricondurre la nuova descrizione a quella delle due particelle note che maggiormente vi aderiva.

In una simile situazione si inseriva però l'enorme differenza fra la massa di quel "qualcosa" e il valore noto della massa del protone. Fu questo il nodo cruciale che determinò, di necessità, un ampliamento dell'orizzonte referenziale, per cui quest'ultimo venne ad includere non solo i dati sperimentalmente certi, ma anche quelli ricavabili dalla teoria solo in base ad un puro ragionamento logico.

Ritengo dunque di poter affermare che la previsione del positrone (firmata Dirac) non fu conseguenza del personale metodo di lavoro di Dirac, il quale aveva sempre avuto la tendenza ad attribuire realtà fisica ai dati puramente teorici (e l'aveva anche quando, in un primo tempo, identificò la hole con il protone). Ma fu conseguenza del fatto di dover prendere atto dell'insostenibilità della prima identificazione della hole. E tale insostenibilità può essere riguardata come il nodo di raccordo della transizione dal precedente al nuovo contesto, di cui fanno parte, appunto, tale tendenza e una particolare considerazione del potere esplicativo e predittivo delle teorie.

Ecco così che, con la previsione - e successiva conferma sperimentale - del positrone, si profila una nuova direttiva di ricerca, che si rivelerà proficua nella nascente fisica delle particelle: il dominio di normatività di una teoria non è - in generale - delimitato dal patrimonio empirico dello stato attuale; ma coincide con il contenuto predittivo ed esplicativo stesso della teoria. Questa circostanza comporta un ben preciso criterio di verità nella valutazione scientifica: una teoria è "vera" se è matematicamente vera. E in questo quadro si determina anche una situazione di *forte contiguità fra la necessità logica e la possibilità esistenziale*: la teoria di Dirac^[635] è, per l'appunto, una teoria "vera": discende da ben precisi postulati espressi in formulazione matematica coerente e procede, in base al formalismo della meccanica quantistica, fino a ricavare dati in perfetta aderenza con il mondo

empirico -- lo spin dell'elettrone e tutta la fenomenologia relativa, la formula di Klein e Nishina, tanto per citarne alcuni. Fra i contenuti di questa teoria, ricavati con rigorosi ragionamenti, ne compaiono alcuni che illustrano, di *necessità*, la fisica di una nuova particella: e questa particella *potrà* ritrovarsi da qualche parte nel mondo.

Una teoria matematico-fisica coerente, insomma, descrive un mondo possibile.

Ritorniamo ora alla distinzione fra i due contesti, quello della previsione del positrone - che allarga i propri orizzonti referenziali anche a eventi mai osservati - e quello dell'identificazione della hole con il protone -- entro il quale, invece, si riconosce dignità fisica solo a ciò che è già sperimentalmente noto. In quest'ultimo dovremmo far rientrare, almeno per motivi cronologici, gli studi sui processi di annichilazione. Appare però contraddittorio che nello stesso tempo in cui non si riconosceva la hole come particella indipendente dal protone, in quanto inosservata,

ci si occupasse tuttavia di calcolare le proprietà di fenomeni ugualmente mai visti. In tutti e due i casi si trattava di risultati espliciti della teoria, seppur privi, entrambi, di un riscontro empirico. Vien fatto di chiedersi, insomma, come mai tardò tanto ad essere accolta l'ipotesi di una nuova particella, mentre non si incontrò difficoltà alcuna a concepire processi mai riscontrati in laboratorio. Tanto più che, giudicando la situazione a posteriori, l'eventuale esistenza di una nuova particella non avrebbe generato alcuna contraddizione, mentre invece i calcoli sui fenomeni di annichilazione di coppie inducevano risultati incompatibili con precedenti conclusioni.

Per quanto possa sembrare naturale, non ha senso cercare una spiegazione di una simile evenienza, proprio perché la contraddittorietà palesata dallo studio dell'annichilazione era contestuale all'identificazione hole-protone.

Tuttavia ha senso soffermarsi su questa circostanza perché essa ci offre l'occasione per osservare che, *probabilmente*, i due tipi di "previsione" in questione vanno catalogati secondo due differenti categorie: che la hole rappresentasse il positrone, mai visto, e non già il ben noto protone, era un'innovazione sul piano ontologico; mentre l'accadimento dei processi di annichilazione rappresentava una novità di carattere fenomenologico. E il fatto che la comunità scientifica non avesse manifestato alcuna diffidenza di fronte a simili fenomeni - mentre oppose non lievi riottosità alla previsione di Dirac - ci induce ad avanzare un'ipotesi: che, laddove fosse possibile distinguere con precisione fra l'ontologia e la fenomenologia, la seconda fosse ritenuta in uno stato di subordinazione rispetto alla prima. Quasi che una particella fosse non riducibile alla sua fenomenologia, ma fosse da riguardarsi come qualcosa di ontologicamente ben definito e immutabile. Innovazioni teoriche, dunque, erano concepibili se rientravano in quel che ho definito categoria della fenomenologia, piuttosto che in quella dell'ontologia.

E' curioso osservare, tuttavia, che il corso storico degli avvenimenti scientifici fu tale per cui, al contrario, la nuova fenomenologia consistente nei fenomeni di annichilazione - e, inversamente, di creazione - di coppie determinò modificazioni non lievi sul piano ontologico nella concezione di particella elementare.

Ammettere, infatti, che particelle materiali potessero scomparire a coppie a seguito di un processo di annichilazione, scardinava la nozione di particella come ente eterno e immutabile. La possibilità, inoltre, del processo inverso, la creazione di coppie, genera una situazione in cui, a partire da una situazione in cui si ha una sola particella in presenza di radiazione elettromagnetica, si può passare ad avere un grappolo di particelle, quella iniziale e un numero arbitrario e variabile di coppie: l'"elementarità" della particella sta sfumando, il significato da attribuire a questo termine necessiterà di un lungo periodo di scoperte e modificazioni delle nozioni base della fisica.

La prima di queste modificazioni é proprio quella che abbiamo commentato sopra. La previsione e la

scoperta del positrone comportano sì la negazione del "sogno dei filosofi", eppure coronano di un successo insperato la ricerca di simmetrie della natura svelando forme insospettite della simmetria auspicata fra "elettricità positiva e negativa".

Bibliografia

J. Bromberg (1976) The Concept of Particle Creation before and after Quantum Mechanics. In Russel Mc Cormmach, editor, *Historical Studies in the Physical Sciences, seventh annual volume*, pag. 161, Princeton University Press, New Jersey.

P. A. M. Dirac

(1928a) The Quantum Theory of the Electron. *Proc. Roy. Soc. London*, 117:610-624.

(1928b) The Quantum Theory of the Electron. Part ii. *Proc. Roy. Soc. London*, 118:351-361.

(1929) A Theory of Electrons and Protons. *Proc. Roy. Soc. London*, 126:360-365.

(1930a) On the Annihilation of Electrons and Protons. *Proc. of the Cambridge Philosophical Society*, 26:361-375.

(1930b) The Proton. *NAT* 126:605-606.

(1931) Quantised Singularities in the Electromagnetic Field. *Proc. Roy. Soc. London*, 133:60-72.

J. R. Oppenheimer

(1930a) Letters to the Editor: On the Theory of Electrons and Protons. *Physical Review*, 35:562-563.

(1930b) Two Notes on the Probability of Radiative Transitions. *Physical Review*, 35:939-947.

I. Tamm (1930) Über die Wechselwirkung der freien Elektronen mit der Strahlung nach der Diracschen Theorie des Elektrons und nach der Quantenelektrodynamik. *Zeits. f. Physik*, 62:545-568.

H. Weyl

(1929) Elektron und Gravitation. *Zeits. f. Physik*, 56:330-352.

(1930) *The Theory of Groups and Quantum Mechanics*. Dover

[\[631\]](#) In realtà erano osservabili anche eventuali stati di energia positiva occupati.

[\[632\]](#) Su questi argomenti avremo modo e motivo di soffermarci nel seguito.

[\[633\]](#) Si veda, in proposito, l'articolo di Bromberg intitolato "The Concept of Particle Creation before and after Quantum Mechanics" (Bromberg 1976).

[\[634\]](#) Egli, infatti, aveva quantizzato sia il campo elettromagnetico sia il campo di materia elettronica.

[\[635\]](#) Mi riferisco al complesso teorico che raggruppa, dei lavori di Dirac, gli articoli del 1928 (Dirac 1928a e Dirac 1928b) in cui fu ricavata la famosa equazione che porta il suo nome e quello del 1929 (Dirac 1929) che contiene la formulazione del modello delle holes.