

## GALILEO E I CALCOLI SULLA NOVA DEL 1572.

### UN'ANTICIPAZIONE DELLA LEGGE DI GAUSS NEL DIALOGO SUI MASSIMI SISTEMI

Sostenere il sistema copernicano nel XVII secolo significava, in primo luogo, fornire alla scienza fisica e a quella astronomica nuovi strumenti, tanto pratici, quanto teorici, in grado di scardinare e dissolvere i fondamenti tradizionali e rendere così possibile l'apertura di percorsi alternativi di ricerca. Galileo si mosse in entrambe le direzioni, producendo una quantità eccezionale di nuove osservazioni astronomiche e di nuovi esperimenti, ma soprattutto affinando gli strumenti teorici e il metodo d'indagine scientifica. L'opera di Galileo é ricchissima di confronti tra la metodologia scolastica e le rigorose procedure di cui lo scienziato pisano si fa promotore e propagandatore: spesso Galileo rimprovera i propri "colleghi" di inesattezze, paralogismi, errori di calcolo e di ragionamento, ingenuità e pedissequo ossequio dell'*aucto ritas*. Da tali polemiche si evince come fosse diffusa l'incapacità di organizzare i dati a propria disposizione in maniera razionale: lo strumento matematico e geometrico era utilizzato più a scopo descrittivo, che non come vero e proprio mezzo conoscitivo[593]. Inoltre, la valutazione dei dati era ampiamente compromessa dall'esigenza di conservare intatta la struttura cosmologica tradizionale, in particolar modo la dicotomia tra natura terrestre e natura celeste. Proprio in tale ambito problematico s'inserisce la particolare discussione che vogliamo qui prendere in esame e dalla quale intendiamo estrapolare alcuni elementi di profonda modernità nel pensiero scientifico galileiano.

Nella Giornata Terza del *Dialogo*, Galileo discute, tramite i tre personaggi Salviati, Sagredo e Simplicio, i risultati delle misurazioni astronomiche circa la "nuova stella" del 1572. L'obiettivo polemico é uno scritto dell'astronomo scolastico Scipione Chiaramonte[594], il quale aveva negato la natura celeste del fenomeno, in base ai risultati ottenuti dalla combinazione di alcuni calcoli, effettuati da 13 astronomi. Prendendo infatti dodici coppie di astronomi, e valutando la differenza tra le loro rispettive altezze polari e le altezze della *nova* da essi rilevate, Chiaramonte giunge alla conclusione che lo spostamento parallattico del fenomeno sia tale da collocarlo senz'altro nella sfera sublunare. Di qui parte Salviati (il portavoce di Galileo), per confutare i criteri seguiti da Chiaramonte nella scelta dei dati.

Assistiamo così a un confronto metodologico, nel quale lo scienziato pisano svela le fallacie del procedimento scolastico, sottolineandone ironicamente la grossolanità[595]. Ma quel che ci preme sottolineare é come, proprio nel corso di tale discussione, apparentemente solo marginale nell'ambito del *Dialogo sui Massimi Sistemi*, Galileo, guidato dalla ricerca del rigore scientifico, metta in luce alcuni rilevanti aspetti legati agli errori d'osservazione, che appaiono anticipare la posteriore sistematizzazione operata da Gauss, sempre in ambito di misurazioni astronomiche, e nota appunto come *legge di Gauss*.

Per chiarire meglio la portata di una simile analogia, esaminiamo direttamente i passi in questione del *Dialogo*. Chiaramonte, come s'è visto, aveva dedotto la natura sublunare della *nova*, tramite dodici combinazioni di coppie di misurazioni; Salviati allora osserva:

"... quando le osservazioni fatte da gli astronomi fusser giuste, e ... i calcoli fatti da questo autore [Chiaramonte] non fussero errati, bisognerebbe necessariamente che da tutte quelle e da tutti questi se ne raccogliesse la medesima lontananza sempre per appunto ..." [596].

Il problema risiede nel fatto che, non solo le dodici combinazioni proposte da Chiaramonte producono risultati discordanti, ma anche la maggioranza di tutte le altre combinazioni possibili non fornisce un valore unico. Galileo precisa subito che tali discordanze non sono da attribuirsi a errori di metodo, cioè a un errore sistematico nel procedimento d'investigazione adottato, bensì dipendono da

errori accidentali, avvenuti al momento della rilevazione[597]. Del resto, questo proliferare di errori non deve sorprendere, che anzi, come afferma Salviati, "credo che assolutamente sia necessario" [598]. Gli errori accidentali, durante le osservazioni e le misurazioni astronomiche, sono inevitabili; una serie di rilevazioni su un medesimo fenomeno produce naturalmente una serie di risultati discordanti: ecco la prima analogia Galileo-Gauss. Entrambi partono da questa considerazione, per rintracciare il filo d'Arianna che conduca lo scienziato a districarsi nel dedalo degli errori. Ci sarà infatti un criterio in base al quale organizzare razionalmente le divergenze nei risultati tratti dalle varie osservazioni, giungendo così al valore approssimativamente più corretto.

Galileo si rende perfettamente conto dell'esistenza di un simile criterio ed è anzi il primo a parlarne: l'errore vero (ed ecco il limite di Chiaramonte e di tutti gli astronomi scolastici) sta per l'appunto nell'incapacità di scorgere la regolarità esistente in una serie di valori discordanti. Salviati, invece, procede subito sfrondando la gamma di calcoli da tutto ciò che è manifestamente impossibile: come, per esempio, che le linee d'osservazione di due astronomi, invece di andare a incontrarsi nella *nova*, si disgiungano; o che s'incontrino sotto la superficie terrestre.

Un solo caso è contemplato come "caso limite": quello in cui le rette risultino parallele (e dunque la parallasse risulti zero). In tal caso, osserva Salviati:

"... perché (notate bene) la lontananza del firmamento, in relazione alla piccolezza della Terra ... si reputa come infinita ... l'angolo contenuto da i raggi che ... andassero a terminare in una stella fissa, si stima come nullo, ed essi raggi come due linee parallele; e però si conclude, che allora solamente si potrà affermare, la stella nuova essere stata nel firmamento, quando dalla collazione delle osservazioni fatte in diversi luoghi si raccolga col calcolo, l'angolo detto esser insensibile e le linee come parallele." [599]

La mancanza di parallasse sarà allora l'elemento più indicativo per collocare la *nova* del 1572 tra i fenomeni celesti e scardinare così il mito dell'inalterabilità della materia eterea. A tal fine emerge subito la necessità di un'organizzazione razionale dei dati e di un mutamento radicale di prospettiva nella considerazione delle *grandezze* degli errori. Chiaramonte ha infatti focalizzato la propria attenzione esclusivamente sui calcoli che ponevano la stella a non grande distanza dalla Terra. Le ragioni che lo hanno indotto a tale selezione sono essenzialmente due: la prima è l'ovvia intenzione di mondare il cielo da ogni mutamento, ma la seconda riposa su un criterio errato che Chiaramonte applica nel vaglio dei risultati forniti dagli astronomi. Egli ha scartato tutti quei risultati che collocavano la *nova* nel cielo, poiché le distanze (espresse in semidiametri terrestri) che ne derivavano, differivano enormemente tra loro: l'astronomo scolastico ha cioè preso per metro della grandezza di un errore, il metro della differenza tra i risultati. Niente di più sbagliato, osserva Salviati, prima di tutto in base ad una considerazione, per così dire, "simmetrica", che rientra anche nella valutazione gaussiana degli errori d'osservazione: non è possibile che gli errori si accumulino in una sola direzione, potendo verificarsi errori e per difetto, e per eccesso. Nel caso presente, dunque, è perlomeno parziale escludere dalla valutazione tutti quei calcoli che abbiano per risultato quello di porre la stella a distanze lontanissime dalla Terra;

"gli astronomi" - dice Salviati - "possono deviar dal vero tanto nel più quanto nel meno ... di questi due generi d'errori, ... l'un genere renderà la stella più alta del vero, e l'altro più bassa" [600].

Bisognerà allora applicare un diverso criterio di valutazione e di selezione tra i vari risultati, i quali adesso appaiono *tutti* come approssimazioni più o meno vicine al vero luogo della stella. Quindi, dal momento che tale luogo deve essere stato uno e soltanto uno, il ricercatore dovrà prediligere quelle approssimazioni che risultino equiparabili a un unico valore, mediante le *minime correzioni* possibili: il metro sarà perciò rappresentato dall'entità delle correzioni e non più dall'entità della divergenza tra risultati[601]. Relativamente al nuovo criterio, proprio gli errori che Chiaramonte giudicava

macroscopici si rivelano invece microscopici. Infatti, il "genere d'errore" che rende la *nova* "più alta del vero" si presta a correzioni di minore entità, rispetto al "genere d'errore" che la porrebbe più bassa[602]. A Chiaramonte è sfuggita la banale considerazione che, essendo il rapporto tra valori di parallasse e distanze del fenomeno inversamente proporzionale, quanto più la parallasse si avvicinerà a zero, tanto più la *nova* risulterà lontana, e qui basteranno allora lievi variazioni nella parallasse, per produrre enormi differenze nelle distanze; di contro, quei calcoli che pongono il fenomeno nel cielo sublunare, necessiterebbero (come poi Salviati dimostra) di ritocchi ben maggiori nel valore di parallasse, se volessero tutti collocare la *nova* a una medesima distanza dalla Terra. In definitiva, sarà più semplice far "concorrere" i risultati intorno a un valore unico, proprio nell'ambito delle misurazioni che pongono la stella a distanze lontanissime: lì basteranno correzioni minime per ottenere, come Galileo intende ottenere, un valore di parallasse pari a zero e una distanza della *nova* dalla Terra, pari a quella delle stelle fisse.

Ma c'è di più: a causa di un'altra delle regolarità intrinseche a una serie di errori d'osservazione, gli errori microscopici saranno più frequenti di quelli macroscopici, come anche Gauss noterà e come Salviati espressamente dichiara:

"Del resto de gli accoppiamenti che si posson fare delle osservazioni di tutti questi astronomi, quelli che rendon la stella per infinito spazio sublime sono molti più in numero ... che gli altri che danno ... la stella sotto la Luna; e perché ... *é da credere che gli osservatori abbiano errato più presto di poco che d'assai*, manifesta cosa é che le correzioni da applicare all'osservazioni che danno la stella alta in infinito ... prima e con emenda minore la condurranno nel firmamento che sotto la Luna ..." [603].

In effetti, rifacendo i calcoli per tutta la serie di combinazioni possibili tra coppie di astronomi[604], si nota come la maggior parte dei valori di parallasse cada nell'intervallo tra i  $-0^{\circ} 2'$  e i  $+0^{\circ} 2'$ , dove l'angolo negativo indica che le linee d'osservazione dei due astronomi risultano, per qualche errore nella misurazione degli angoli, leggermente divergenti. Bastano dunque addizioni o sottrazioni pari o inferiori a due minuti primi, per ricondurre la maggior parte delle osservazioni al valore di parallasse uguale a zero, che é il risultato corretto[605].

Galileo ha ribaltato le conclusioni di Chiaramonte, evidenziandone le pecche metodologiche: laddove infatti gli errori d'osservazione potevano essere interpretati dall'astronomia tradizionale come elementi sui quali fondare la sfiducia nei confronti dei dati tratti dall'esperienza e rilanciare dunque la forza dell'*auctoritas*, Galileo ha invece delineato un metodo razionale ed "economico" per gestire tali errori, smascherando le manipolazioni preconcepite e potenziando la fiducia nell'applicazione dello strumento matematico allo studio della natura.

Lungo questa strada, Galileo si trova ad anticipare Gauss: se guardiamo alla formulazione generale della *legge di Gauss*, detta anche *legge normale*, troviamo che essa contiene tutti gli elementi messi già in luce da Galileo, quasi due secoli prima: le osservazioni astronomiche sono soggette a errori accidentali, tali da distribuirsi simmetricamente rispetto al valore approssimativamente più corretto; gli errori minori in valore assoluto sono inoltre più frequenti degli errori maggiori. Per rintracciare il valore approssimativamente più corretto, Galileo propone un criterio di selezione tra i dati che potremmo chiamare di "minima emendazione", il quale appare l'antecedente di quel che sarà il metodo dei "minimi quadrati"[606] di Gauss. E' certamente vero che le analogie qui viste vadano stemperate dalla considerazione che, mentre per Galileo possiamo parlare di stadio intuitivo della legge sugli errori d'osservazione, per Gauss siamo allo stadio di formulazione matematica (e pre-statistica) in senso pieno. Ciononostante, la sensibilità dei due scienziati nei confronti del problema dell'errore scientifico, mostra quanto di comune li animasse: la passione profonda per l'astronomia e l'esigenza di una matematizzazione di questa disciplina; addirittura, la visione galileiana della natura come grande libro scritto in caratteri geometrico-matematici é stata attribuita anche a Gauss[607]. Entrambi, mossi da questa comune fiducia nella razionalità, si resero conto che

la divergenza nei risultati delle osservazioni, lungi dall'essere d'impaccio, poteva invece indicare in quale direzione muoversi alla ricerca del valore esatto. La legge che scaturì da tale ragionamento porta oggi il nome di Gauss, ma avrebbe potuto benissimo avere quello di Galileo.

---

[593] "It should be remembered that the entire tradition in professional astronomy up to that time was essentially technical rather than scientific." "Astronomers were not concerned with the nature of heavenly bodies, but only with purely mathematical descriptions of the observed motions and predictions of positions.". Stillman Drake, "Mathematics, Astronomy, and Physics in the Work of Galileo", in: AA.VV. - *Art, Science and History in the Renaissance*, a cura di C. S. Singleton, The Johns Hopkins Press, Baltimore and London 1967, pp. 305-330. Le due citazioni si trovano, rispettivamente, alle pp. 310 e 322.

[594] Scipione Chiaramonte (1565-1652) aveva negato la natura celeste delle tre *novae* del 1572, del 1600 e del 1604 nel suo scritto *De tribus novis stellis...*, Cesena 1628.

[595] "... parmi anco cosa troppo inverisimile che egli [Chiaramonte] a compiacenza di altri si possa esser indotto ad aver in così poca stima la sua riputazione, ch'e' si sia indotto a far pubblica un'opera, della quale non poteva attenderne altro che biasimo appresso gl'intelligenti.". Galileo Galilei, *Dialogo sopra i due Massimi Sistemi del mondo*, in *Le Opere*. Nuova ristampa della Edizione nazionale, a cura di Antonio Favaro, G. Barbera, Firenze 1968, 20 voll., vol. VII, p. 302. (In nota verrà citata Ed. Naz.).

[596] *Ibi*, p. 304.

[597] "... tutte quelle diversità che si veggono in queste ... indagini, dependono non da difetti delle regole de i calcoli, ma da errori commessi nell'investigar tali angoli e tali distanze per mezzo delle osservazioni istrumentali". *Ibi*, p. 311.

[598] *Ibi*, p. 314.

[599] *Ibi*, p. 311.

[600] *Ibi*, p. 316.

[601] "... quelle osservazioni s'hanno a chiamar più giuste o men errate, le quali con la giunta o suttrazione di manco minuti restituiscono la stella in luogo possibile; e tra i luoghi possibili, il vero sito convien credere che fusse quello intorno al quale concorre numero maggiore delle distanze, sopra le più giuste osservazioni calcolate.". *Ibi*, p. 318.

[602] "... quei calcoli che fabbricati sopra tali osservazioni vi rendono la stella infinitamente lontana, molte volte può essere che con l'aggiugnere o scemare un sol minuto la ritirino in sito possibile; e questo ch'io dico d'un minuto, può accadere ancora con la correzione d'un mezo, e d'un sesto, e di manco. ... Ciò non così avviene delle distanze sublunari e vicine alla Terra ...". *Ibi*, p. 317.

[603] *Ibi*, p. 336. Corsivo mio.

[604] I dati per ogni astronomo possono essere desunti alle pp. 319-320 dell'Ed. Naz. del *Dialogo*. I calcoli per tutte le combinazioni possibili tra coppie di astronomi sono stati effettuati mediante un programma in linguaggio C scritto, su mia specifica richiesta, da Nabil Al Qaryouti, che qui ringrazio. Il programma consente il calcolo della parallasse (e, conseguentemente, della distanza della *nova* da uno dei due osservatori), applicando il procedimento che Galileo stesso illustra alle pp. 320-324 dell'Ed. Naz. del *Dialogo*.

[605] Ovviamente, il metodo di triangolazione adottato da Galileo e dai suoi contemporanei non era ancora in grado di rilevare lo spostamento parallattico per i fenomeni celesti: a maggior ragione, dunque, il risultato corretto é espresso dall'assenza di parallasse. Al termine della discussione, Salviati presenta anche due elementi tratti dalle osservazioni, i quali sono sufficienti a concludere che la *nova* non fosse sublunare: "SAGR. ...sopra qual confidenza hanno tanto astronomi asseverantemente pronunziato, la nuova stella essere stata altissima? SALV. Sopra due sorte di osservazioni, semplicissime facilissime e verissime, ... una delle quali é presa dall'egualità o poco differente inegualità delle sue lontananze dal polo, ... l'altra é l'aver lei conservato perpetuamente le medesime distanze da alcune stelle fisse, sue circonvicine ... dalli quali due capi indubitabilmente si raccoglie o l'assoluta mancanza di parallasse, o una piccolezza tale, che ne assicura con calcoli speditissimi della sua gran lontananza dalla Terra.". *Dialogo*, Ed. Naz., cit., pp. 338-339.

[606] Gauss presenta tale metodo nello scritto *Theoria combinationis observationum erroribus minimis obnoxiae*, Gottinga 1821-26. La *legge normale* era stata invece espressa da Gauss nella sua *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis solem ambientem*, Amburgo 1809.

[607] "... for Gauss, the whole creation was like a book which was to be read, and possibly understood, with the help of observation and mathematics." Walter Kaufmann Bühler - *Gauss. A Biographical Study*, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York 1981, pp. 64-65.