

LA QUESTIONE DELL'"ELETTRONE CLASSICO" TRA OTTOCENTO E NOVECENTO

Introduzione

Seguire lo sviluppo delle teorie dell'elettrone classico - intendendo con questo termine le teorie non quantistiche dell'elettrone - significa, da un punto di vista cronologico, ripercorrere la storia delle teorie dei fenomeni elettrici e magnetici a partire dalla prima metà dell'Ottocento per arrivare almeno agli anni Sessanta del nostro Secolo. Sono disponibili alcune ponderose monografie eminentemente centrate su questi temi, che pure non esauriscono la trattazione.[\[653\]](#)

Con questo intervento mi ripropongo di illustrare, senza alcuna pretesa di completezza, alcune delle principali linee di ricerca che hanno avuto nell'elettrone classico il loro punto focale. L'intento è prima di tutto di far emergere il profondo intreccio tra problemi di ricostruzione storica e problemi epistemologici, ben esemplificato, come vedremo, dalle retroazioni che sulla teoria dell'elettrone classico hanno gli sviluppi della meccanica statistica, della teoria della relatività e della meccanica quantistica. Ma, accanto a questo, un altro obiettivo è quello di esplicitare alcuni dei temi ricorrenti nel dibattito sulle teorie dell'elettrone che coinvolgono, in particolare, le nozioni di spazio e tempo, il significato e i limiti della causalità, e i modelli cosmologici. In questo dibattito si ritrovano alcune delle radici profonde di molti sviluppi attuali della ricerca fisica, come, per esempio, la formulazione attraverso l'"integrale sui cammini", la funzione fondamentale e unificante dei principi variazionali, gli studi sull'azione a distanza, in particolare in relazione alle interazioni tra le particelle relativistiche, e le giustificazioni cosmologiche della asimmetria del tempo.

Nella seconda sezione si illustrano brevemente quelli che possono essere definiti "i prodromi" delle teorie dell'elettrone. Nella terza sezione si trattano i punti salienti delle "teorie non puntiformi" dell'elettrone che trovano nella teoria di Lorentz una prima formulazione generale. La quarta sezione concerne le teorie dell'elettrone puntiforme classico sviluppatasi in un contesto in cui la relatività (ristretta e generale) e la meccanica quantistica sono già in una fase avanzata di elaborazione. In particolare, vengono brevemente analizzate la teoria di Dirac e quella di Wheeler e Feynman, che ben esemplificano i due filoni di ricerca sviluppatasi nel XIX secolo, uno nella direzione di teorie basate sulla nozione di campo e l'altro nella direzione di teorie basate sull'azione a distanza. Nella quinta sezione analizzo brevemente gli sviluppi che, a partire dagli anni quaranta del nostro secolo, portano sia Dirac che Feynman ad abbandonare il modello dell'elettrone puntiforme. La sesta sezione, infine, contiene alcune conclusioni provvisorie.

I prodromi

Una delle prime teorie dei fenomeni elettrici e magnetici, imperniata sulla nozione di carica elettrica discreta e di corrente elettrica come moto di cariche, è quella di W. Weber, elaborata tra gli anni 1846 e 1848. La teoria di Weber, in cui le interazioni tra cariche discrete sono espresse sotto forma di una forza fondamentale agente a distanza, sviluppa idee che si ritrovano, almeno in parte, già in uno scritto di C.F. Gauss del 1835 (pubblicato postumo), e nel lavoro di G.T. Fechner del 1845.[\[654\]](#)

Scrive il Whittaker

"La teoria di Weber è la prima delle *teorie dell'elettrone* - un nome dato a qualunque teoria che attribuisca i fenomeni dell'elettrodinamica all'azione delle cariche elettriche in moto; le forze su queste non dipendono solo dalla posizione delle cariche (come in elettrostatica), ma anche dalle loro velocità."[\[655\]](#)

La teoria di Weber ebbe una grande influenza sugli sviluppi delle ricerche nel campo

dell'elettrodinamica in Germania e, in generale, sul continente europeo, che, almeno fino agli anni Ottanta del secolo scorso, seguirono strade in larga parte diverse rispetto agli analoghi studi in Gran Bretagna.[656]

La contrapposizione tra elettrodinamica tedesca e elettrodinamica britannica, ancorché schematica e, quindi, non sempre applicabile al lavoro dei singoli scienziati, ha come base i due diversi approcci quello basato sull'azione a distanza e quello basato sull'azione mediata da campo che si ritroveranno nel corso degli sviluppi delle teorie dell'elettrone classico nel Novecento. Può essere utile riassumere i connotati principali di queste due scuole.[657] L'*elettrodinamica tedesca*, almeno fino agli esperimenti di Hertz (1884-1890), considera la *carica elettrica* e le *correnti elettriche* come nozioni primitive, appellandosi ad una concezione sostanzialistica dell'elettricità. Le azioni elementari tra le cariche elettriche vengono interpretate alla luce della nozione di *azione a distanza*, istantanea o ritardata.[658] Centrale è l'obiettivo di una riduzione di tutti i fenomeni alle leggi della meccanica, nel quale si inquadrano i grandi contributi di H. von Helmholtz in direzione di una applicazione generale del principio di minimo dell'azione.[659] $F_i = -\frac{\partial L}{\partial t} + \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_i}$ D'altra parte, l'*elettrodinamica britannica* rifiuta qualunque concezione sostanzialistica dell'elettricità (in analogia al rifiuto del calorico nelle teorie del calore) e considera come nozione primitiva la *polarizzazione dell'etere*, da cui derivare le nozioni di carica e di corrente. In questo quadro l'idea di una azione a distanza viene sostituita dall'*azione contigua* mediata da un etere immateriale.[660] Anche nel contesto dell'elettrodinamica britannica l'obiettivo di una riduzione di tutti i fenomeni alla meccanica è considerato fondamentale e, accanto a tentativi di dare una completa descrizione meccanica dei fenomeni elettromagnetici basati sull'azione contigua, il ricorso al principio di minimo dell'azione e alla formulazione lagrangiana delle equazioni fondamentali costituirà un importante punto di contatto con la tradizione continentale (in particolare tedesca).

I risultati sperimentali ottenuti, prima da Hertz, tra il 1884 e il 1890 (che sembravano difficilmente spiegabili all'interno del quadro interpretativo delle teorie 'atomistiche' tedesche), e poi da J.J Thomson e W. Kaufmann nel 1897 (che sancivano definitivamente l'atomicità della carica elettrica), rappresentano, emblematicamente, l'inizio di un periodo di crisi e ripensamento di queste due linee di ricerca, che sfocerà nelle grandi rivoluzioni scientifiche del Novecento.[661] In questo periodo di messa a fuoco dei problemi relativi alla elettrodinamica molte questioni vengono approfondite. Tra le principali: (a) si chiarisce la nozione di campo; (b) si evidenzia il dualismo crescente tra *materia* (costituita, secondo un modello corpuscolare, da particelle, i cui moti continuano ad essere descritti all'interno di quadri interpretativi meccanicistici) e *campo* (entità continua, diffusa in tutto lo spazio, la cui dinamica è soggetta alle equazioni di Maxwell); (c) si pongono, in ambito matematico, i problemi relativi alla compatibilità tra la formulazione differenziale delle equazioni del campo e le leggi delle azioni elementari tra cariche puntiformi;[662] (d) si approfondisce il ruolo cruciale dei principi di conservazione dell'energia e di minimo dell'azione e, più in generale, dei principi di simmetria.

Teorie dell'elettrone non puntiforme

Un'analisi dettagliata degli sviluppi delle teorie dell'elettrone "non puntiforme" va al di là degli scopi di questo intervento. Mi limiterò solo ad una sommaria ricognizione di alcuni momenti significativi, utili alla comprensione di quanto verrà trattato nelle sezioni successive.

L'ambito in cui si muovono queste teorie, dai lavori pionieristici di J.J. Thomson e G.F. FitzGerald del 1881, alle elaborazioni delle teorie di H.A. Lorentz (1892-1909) e M. Abraham (1902-1908), compresi i successivi sviluppi che da queste si originano, è dominato dall'idea dell'*azione mediata dal campo*.

La dipendenza della massa dell'elettrone dall'energia elettromagnetica, ottenuta per la prima volta da

J.J. Thomson nel 1881 -- punto di partenza, tra l'altro, degli studi che, originatisi principalmente dai lavori di J. Larmor, E. Wiechert e W. Wien sfociarono nella ben nota *concezione elettromagnetica della natura*, che culmina nei contributi di M. Abraham - fornisce la principale ragione per interpretare l'elettrone come particella di dimensioni finite, non assimilabile ad un punto materiale.[\[663\]](#) ,,

Il primo problema da affrontare per costruire una teoria dell'elettrone consistente è quello di formulare l'azione dei campi sulle cariche in movimento. Nel suo lavoro del 1892, H.A. Lorentz, interpretando l'elettrone come mediatore tra la materia ponderabile e l'etere in quiete,[\[664\]](#) fornisce l'espressione della forza agente su cariche in moto (quella che oggi è chiamata *forza di Lorentz*):[\[665\]](#) $\vec{F} = e\vec{E} + e\vec{v} \wedge \vec{B}$

Uno studio sistematico delle equazioni del moto per un elettrone non puntiforme sulla base delle equazioni di Maxwell-Lorentz si trova nel lavoro di M. Abraham, del 1903, e in quello di H.A. Lorentz, del 1904.[\[666\]](#) Questi due lavori contengono una prima sintesi di molti dei principali contributi che erano stati dati, fino ad allora, nell'ambito delle teorie dell'elettrone non puntiforme e sono un fondamentale punto di riferimento per tutti gli studi successivi. Queste due sintesi evidenziano due cruciali questioni, già emerse in precedenza.

(A) La prima è quella relativa alla *massa elettromagnetica* dell'elettrone.[\[667\]](#) Questa, oltre a dipendere dall'inverso del raggio dell'elettrone, doveva dipendere (per elettroni veloci) anche dalla velocità.

Abraham, muovendosi nell'ambito della concezione elettromagnetica della natura, in cui l'intera massa dell'elettrone viene considerata di origine elettromagnetica, considerava l'elettrone come una *sfera rigida*.[\[668\]](#) Un modello di questo tipo permetteva di spiegare la stabilità della distribuzione di carica elettronica sulla base di vincoli puramente cinematici. I risultati quantitativi illustrati nel lavoro di Abraham ben si accordavano con risultati sperimentali già disponibili, in particolare quelli forniti dalle esperienze di W. Kaufmann sugli elettroni prodotti nel decadimento [beta].[\[669\]](#)

Lorentz, invece, introduceva, sulla base di considerazioni legate alle proprietà di invarianza di corpi in movimento, un modello in cui l'elettrone era soggetto, a causa del suo moto, ad una contrazione.[\[670\]](#) Anche il modello di Lorentz sembrava accordarsi, entro certi limiti, con i risultati di Kaufmann. I problemi relativi alla stabilità di una tale distribuzione di carica, non rigida ma deformabile, furono ampiamente discussi negli anni successivi, come vedremo tra breve, con il ricorso, prima di tutto, all'introduzione di forze di natura non elettromagnetica (in contrasto con la concezione elettromagnetica della natura).

Ulteriori risultati sperimentali, ottenuti da Kaufmann nel 1902 e in particolare nel 1906, sembravano indicare la superiorità del modello di Abraham su quello di Lorentz. Ma, a partire dagli esperimenti di Bucherer del 1908 - che per altro elabora una teoria alternativa a quella di Lorentz -[\[671\]](#) si arriva, in un processo che dura almeno dieci anni, alla conferma sperimentale di quello che ormai era diventata la teoria di Lorentz-Einstein.[\[672\]](#) Ed infatti, accanto a questi sviluppi sperimentali, la teoria della relatività ristretta, formulata da Einstein nel 1905, forniva un più generale quadro interpretativo in cui collocare la discussione tra i fautori del modello di Abraham e quelli del modello di Lorentz, che quindi si risolse in favore del secondo.[\[673\]](#)

E' infine opportuno spendere due parole sulla questione della stabilità dell'elettrone di Lorentz. Il problema delle forze di coesione di natura non elettromagnetica e della loro consistenza con le richieste di invarianza per trasformazioni di Lorentz, viene affrontato nel 1906 da Poincaré, il quale, pur muovendosi in un quadro interpretativo diverso da quello einsteiniano, utilizza tutti gli elementi fondamentali della teoria della relatività (in particolare le trasformazioni che, in questo suo

contributo, egli chiama con il nome di *trasformazioni di Lorentz*.[\[674\]](#) Ma la soluzione proposta da Poincaré non esaurì le ricerche in questo campo che si svilupparono anche in direzioni molto diverse, come, per esempio, dimostra la teoria di Mie (1912-13), in cui la concezione elettromagnetica della natura è inserita in un contesto cosmologico.[\[675\]](#)

(B) La seconda fondamentale questione, strettamente connessa alla prima, riguarda la perdita di energia, per emissione di radiazione elettromagnetica, da parte di una carica accelerata. Una prima espressione della perdita di energia per unità di tempo, per elettroni lenti, si trova in un lavoro di J. Larmor del 1897.[\[676\]](#) Solo con Heaviside nel 1902, e Abraham nel 1904, si hanno i primi risultati per elettroni veloci, che vengono poi generalizzati relativisticamente da M. von Laue nel 1909.[\[677\]](#)

La perdita di energia per emissione di radiazione implica, sulla base del principio di conservazione dell'energia, la presenza di una "forza di resistenza" (oggi comunemente nota come forza di reazione) che agisce sulla carica. Una prima espressione (non corretta) di questa forza compare già nel lavoro di Lorentz del 1892, mentre l'espressione corretta, nel quadro dell'elettrone soggetto a contrazione, si trova nel lavoro del 1904.[\[678\]](#) Questa espressione verrà generalizzata relativisticamente ad opera, indipendentemente, di Abraham nel 1908, e di von Laue nel 1909.[\[679\]](#) Anche in questo caso, come in quello della massa elettromagnetica, il problema continuò ad essere ancora per molto tempo al centro di discussioni e analisi, le quali coinvolgevano, in particolare, il significato e i limiti del principio di conservazione dell'energia e del principio di azione e reazione.[\[680\]](#)

Come si vede dal breve excursus tracciato, la soluzione di queste questioni avviene in un contesto in cui la relatività ristretta acquista crescente influenza. Possiamo concludere, in preparazione delle prossime sezioni, che la concezione della dinamica (relativistica) di un elettrone classico non puntiforme fino al lavoro di Dirac del 1938 era del tipo seguente.[\[681\]](#)

Supponiamo di avere un elettrone di raggio r_e e massa m soggetto alla contrazione di Lorentz, su cui agisca una forza esterna, F_{est} , e una forza di autointerazione, F_{self} . Le equazioni del moto possono allora essere espresse nella forma: $m\dot{\mathbf{v}} = \mathbf{F}_{ext} + \mathbf{F}_{self}$. Il calcolo degli effetti ritardati dell'interazione tra i vari elementi della distribuzione di carica dell'elettrone permette di ottenere una espressione di \mathbf{F}_{self} sotto forma di una serie di potenze, in cui compaiono le derivate di ordine via via crescente della velocità e le potenze crescenti del raggio dell'elettrone. Quindi, \mathbf{F}_{self} dipende dal raggio dell'elettrone, cioè dalla forma della sua distribuzione di carica. Se le grandezze \mathbf{v} , $\dot{\mathbf{v}}$, $\ddot{\mathbf{v}}$, ecc. non variano troppo nel tempo necessario perché il segnale elettromagnetico attraversi il sistema, e se si trascura i termini della serie in cui compaiono derivate della velocità di ordine superiore al secondo, si ottiene:

$$\mathbf{F}_{self} = \frac{e^2 \ddot{\mathbf{v}}}{6\pi\epsilon_0 c^3} - m_{el.magn.} \dot{\mathbf{v}}.$$

Nel secondo membro della (3), il primo termine è quello noto come *forza di reazione* e non dipende dalla struttura dell'elettrone, mentre il secondo termine, la massa elettromagnetica $m_{el.magn.}$, contiene tutta la dipendenza dalla struttura dell'elettrone.

Questi risultati erano chiaramente *risultati approssimati*. Il problema dell'interpretazione dei termini trascurati nella serie rimaneva aperto, ed, in generale, rimaneva aperto il problema della trattazione del moto degli elettroni in presenza di campi magnetici rapidamente oscillanti e con accelerazioni elevate. Inoltre, in questo contesto, far tendere a zero il raggio dell'elettrone comportava l'insorgenza di divergenze, mentre mantenere il raggio finito implicava accettare soluzioni del tipo di Poincaré (senza entrare nelle alternative alla Mie), considerate, da più parti, non del tutto soddisfacenti.[\[682\]](#)

Teorie dell'elettrone puntiforme

La ricostruzione storica degli sviluppi delle teorie dell'elettrone classico, negli anni che vanno da quelli subito successivi alla esposizione della relatività ristretta di Einstein fino alla seconda metà degli anni trenta, è ancora, in larga parte, non compiuta. Una delle ragioni di questa carenza degli studi storici risiede, probabilmente, nel fatto che questo è il periodo che vede la nascita e l'affermarsi della teoria quantistica. E' quindi verosimile che gli studi storici si siano concentrati maggiormente sulla formulazione delle teorie dell'elettrone quantistico, affrontando solo sporadicamente e in subordine alcuni dei paralleli sviluppi delle teorie classiche.

In realtà, molti dei fisici impegnati nell'elaborazione della meccanica quantistica e della sua generalizzazione relativistica, tornano a più riprese sulle teorie dell'elettrone classico. Queste indagini, sviluppate retroattivamente, dal contesto quantistico a quello classico, da un lato portano le teorie dell'elettrone classico (relativistico) ai loro più alti livelli di elaborazione e interpretazione, dall'altro permettono di riconsiderare il loro limiti da un punto di vista più generale, evidenziando affinità tra i problemi propri delle teorie classiche e analoghi problemi delle teorie quantistiche (si pensi, per esempio, al problema della divergenza della massa dell'elettrone puntiforme e ai più generali problemi che nascono dall'esigenza di dare coerenza a una teoria che si basa sul dualismo materia-campo).

Dal punto di vista storico, questa retroazione è di notevole interesse. Tutte queste ricerche, pur partendo dalla chiara consapevolezza dei limiti del quadro interpretativo classico, rivelano quanto sia fuorviante considerare concluso un certo filone di studi solo perché nato e cresciuto in un contesto teorico capace di controllare un ambito fenomenico che appare limitato rispetto a nuove e più generali trattazioni. In tal senso, questo capitolo delle ricerche fisiche può fornire alcuni controesempi significativi rispetto ad alcune interpretazioni della successione delle teorie fisiche proposte nella discussione epistemologica del Novecento. I risultati di questi studi possono motivare la concezione secondo cui il cammino della conoscenza fisica, che porta a considerare come superiori ai precedenti nuovi quadri teorici capaci di spiegare un ambito fenomenico più vasto, non procede per superamento e eliminazione delle vecchie teorie, ma, più frequentemente, per sussunzione delle vecchie teorie, considerate come un ineliminabile punto di riferimento approssimato. Vecchi filoni di ricerca, sviluppatosi in contesti precedenti, possono riemergere, ridiscussi e reinterpretati, in un nuovo contesto. Nel caso che qui trattiamo, questo è ben esemplificato dal riemergere dei filoni di ricerca ottocenteschi dell'azione a distanza e dell'azione mediata da campo. Su di essi si radicano alcuni fondamentali sviluppi della meccanica quantistica relativistica (in particolare l'elettrodinamica quantistica). In quanto segue, senza nessuna pretesa di completezza, analizzeremo brevemente le due più significative teorie dell'elettrone classico (puntiforme) che, a partire dagli anni Trenta, riprendono e sviluppano i due filoni dell'azione mediata da campo e dell'azione a distanza: la teoria di Dirac del 1938, e quella di Wheeler e Feynman, elaborata tra il 1941 e il 1949.

La teoria di Dirac del 1938

Nel 1938, compare l'articolo di P.A.M. Dirac dal titolo *Classical theory of radiating electrons*.[\[683\]](#) L'introduzione a questo articolo contiene alcune osservazioni generali di grande interesse. Dopo aver riconosciuto al modello di Lorentz dell'elettrone i suoi meriti, ed aver passato brevemente in rassegna i suoi limiti, Dirac prosegue dicendo

"Una delle più attraenti idee del modello di Lorentz dell'elettrone, l'idea che tutta la massa sia di origine elettromagnetica, appare oggi sbagliata per due diverse ragioni. In primo luogo, la scoperta del neutrone ci ha fornito di una forma di massa che è molto difficile credere possa essere di natura elettromagnetica. In secondo luogo, abbiamo la teoria del positrone - una teoria in accordo, per quanto fino ad ora sappiamo, con gli esperimenti - nella quale valori positivi e negativi per la massa di un elettrone giocano ruoli simmetrici. Questo non può essere conciliato con l'idea elettromagnetica

della massa, che asserisce che tutte le masse siano positive, anche in una teoria astratta.

L'allontanamento dalla teoria elettromagnetica della natura della massa elimina la principale ragione che abbiamo di credere in un elettrone di dimensione finita. Il non considerare valide le equazioni del campo ovunque, fino al centro dell'elettrone, che dovrebbe allora apparire come un punto di singolarità, sembra, oggi, una complicazione non necessaria. In tal modo siamo portati a considerare un modello puntiforme per l'elettrone."

Ma accettare la teoria di Maxwell del campo - prosegue Dirac - implica l'insorgere di una nuova difficoltà: il campo, nell'immediato intorno dell'elettrone (puntiforme) ha una massa infinita. Questo tipo di difficoltà acquista particolare rilevanza nell'ambito quantistico. Afferma Dirac

"Si può pensare che questa difficoltà possa essere risolta solo con una migliore comprensione della struttura dell'elettrone secondo le leggi quantistiche. Tuttavia, sembra più ragionevole supporre che l'elettrone sia un oggetto troppo semplice perché la questione delle leggi che governano la sua struttura possa sorgere, e così la meccanica quantistica non dovrebbe essere necessaria per la soluzione di questa difficoltà. Quello che si impone è una qualche nuova idea fisica, un'idea che dovrebbe essere intellegibile sia nella teoria classica che in quella quantistica, e il più semplice cammino per avvicinarsi ad essa è quello che si mantiene dentro i confini della teoria classica."

Ho riportato per esteso le parole di Dirac, perché mi sembra che ben esemplifichino il suo consapevole atteggiamento in direzione di quella retroazione interpretativa su cui ho richiamato l'attenzione poco sopra. Introducendo alcune nuove idee, maturate in un contesto ormai pienamente relativistico e quantistico, e richiamandosi costantemente alle leggi di conservazione dell'energia e dell'impulso, Dirac, infatti, riottiene la fondamentale equazione di Lorentz, non più, però, come formulazione approssimata, ma come formulazione esatta dell'equazione di moto dell'elettrone.

Senza entrare nei dettagli, mi limiterò a sottolineare i caratteri fondamentali dell'approccio di Dirac. Innanzitutto esso si muove nella linea dell'azione mediata da campo. Il campo è descritto dalle equazioni di Maxwell ovunque, e il problema della singolarità puntiforme (energia infinita) che rappresenta l'elettrone viene risolto con un procedimento di sottrazione degli infiniti, simile, come dichiara Dirac stesso, a quello usato nella teoria del positrone. Possiamo enucleare le 'regole' fondamentali enunciate da Dirac nel modo seguente:

(1) calcolare i campi, ritardato (F_{ret}) e anticipato (F_{adv}) (le soluzioni di Liénard e Wiechert delle equazioni di Maxwell-Lorentz);

(2) definire il campo $F_- = 1/2(F_{ret} - F_{adv})$ [pari a 1/2 della quantità denotata da Dirac come campo di radiazione]: questo campo è ovunque finito e, valutato sulla posizione della carica e moltiplicato per il valore della carica, fornisce l'espressione relativistica della forza di reazione, già calcolata da Lorentz per velocità piccole rispetto a quella della luce;

(3) porre la massa a riposo dell'elettrone, $m_{0,ass}$, come differenza fra due quantità infinite di segno opposto: l'autointerazione del campo di coulomb esterno all'elettrone (che diverge a $+\infty$ quando il raggio tende a zero) è compensata dall'energia interna (che diverge a $-\infty$ quando il raggio tende a zero) - nell'ambito della breve trattazione che si trova alla fine della sezione precedente, che è una trattazione approssimata per velocità piccole rispetto a quella della luce, si ha $m_{0,ass} = m_0 + m_{el,ragg}$.

In tal modo si ottiene una espressione corretta e non approssimata delle equazioni di moto per una carica puntiforme, sulla base delle equazioni classiche del campo elettromagnetico con in più il campo F_- (che, oggi, viene comunemente chiamato *campo di radiazione*). Inoltre, come sottolinea Dirac, la sua teoria, a differenza di quella di Lorentz, è simmetrica rispetto al tempo (i campi ritardati

e avanzati vengono trattati in modo simmetrico).

La regola (3) sancisce quel procedimento che oggi è comunemente chiamato *rinormalizzazione della massa* nel contesto della teoria dei campi quantistici.[\[684\]](#)

Tre sono le fondamentali difficoltà cui Dirac va incontro nella sua riformulazione della teoria dell'elettrone classico. La prima è relativa alla necessità di selezionare soluzioni fisiche delle equazioni, eliminando le così dette 'soluzioni di fuga' (*runaway solutions*}, in cui una particella, soggetta inizialmente ad un campo esterno, anche quando questo viene fatto tendere a zero, continua ad autoaccelerarsi. Imponendo una condizione asintotica sull'accelerazione, Dirac riesce a risolvere questo primo problema.[\[685\]](#) Con le sue parole:

"In questo si ha uno straordinario allontanamento dalle usuali idee della meccanica. *Dobbiamo ottenere soluzioni delle nostre equazioni del moto per le quali la posizione e la velocità iniziali dell'elettrone sono fissate insieme con la sua accelerazione finale, invece di soluzioni con tutte le condizioni iniziali fissate..*"

La seconda difficoltà riguarda il fatto che l'accelerazione dell'elettrone è determinata da una media della forza in un intervallo di tempo prima e *dopo* che l'accelerazione si sia determinata, e questo è chiaramente in contrasto con "l'idea elementare di *causalità*". In questo senso, come nota Dirac, riemerge, in qualche misura, un carattere che sembra riferirsi nuovamente al modello di elettrone non puntiforme:

"Questo è un allontanamento fondamentale dalle usuali idee relativistiche e deve essere interpretato dicendo che *è possibile per un segnale essere trasmesso con velocità maggiore della luce mentre viaggia all'interno dell'elettrone. La dimensione finita dell'elettrone riappare ora con un nuovo significato, l'interno dell'elettrone non essendo altro che la regione in cui quello che viene violato non sono le equazioni del campo della teoria elettromagnetica, ma alcune delle proprietà elementari dello spazio e del tempo. Nonostante questo allontanamento dalle ordinarie idee relativistiche la nostra teoria è nel suo complesso Lorentz invariante.*"

Questa idea di una violazione della invarianza di Lorentz a scale sufficientemente piccole, costruita in modo tale che, a scale superiori, non sia sperimentalmente verificabile, è uno dei grandi temi della discussione attuale sulla natura dello spazio e del tempo nell'ambito degli studi sulla gravità quantistica.

La teoria di Wheeler e Feynman

Tra il 1941 e il 1949, Wheeler e Feynman propongono una formulazione della teoria dell'elettrone classico puntiforme basata sull'azione a distanza.[\[686\]](#) Le ragioni di fondo che motivano questa nuova proposta, che passa attraverso un riesame critico della teoria dell'elettrone di Dirac, sono chiaramente espresse nell'introduzione al loro articolo del 1949. Considerando come problematica, nell'ambito della teoria classica dei campi, la richiesta che una particella agisca su se stessa (fatto che, come abbiamo visto, porta alle divergenze della massa dell'elettrone), i due autori affermano:

"Delle teorie quantistiche dei campi e delle loro possibilità noi difficilmente conosciamo abbastanza per poter, su basi quantistiche, rispondere alla domanda se una tale auto-interazione *diretta* debba esistere. La teoria quantistica definisce quelle possibilità di misurazione che sono consistenti con il principio di complementarità, ma gli stessi dispositivi di misura, dopo tutto, fanno necessariamente uso di concetti classici per specificare le quantità misurate. Per questa ragione è appropriato iniziare una rianalisi del concetto di campo ritornando all'elettrodinamica classica."

Ancora una volta ci troviamo di fronte ad un riesame di un problema classico a partire dal nuovo

contesto quantistico.

In questo senso, il problema fondamentale della fisica classica da rianalizzare è, come i due autori esplicitamente affermano, quello del moto di un sistema di particelle cariche sotto l'influenza di forze elettromagnetiche. Il punto di partenza, della proposta di Wheeler e Feynman, sono i lavori di K. Schwarzschild (1903), H. Tetrode (1922) e A.D. Fokker (1929-32), che si collocano nella tradizione delle teorie Ottocentesche dell'azione a distanza.[\[687\]](#) Questi lavori forniscono una "descrizione della natura", come la chiamano Wheeler e Feynman, in cui nessun uso diretto della nozione di campo viene introdotto (i campi sono solo grandezze derivate, non esiste *il* campo come entità indipendente con gradi di libertà propri). Ogni particella si muove in accordo con un principio di azione stazionaria, che ricomprende tutta la meccanica e l'elettrodinamica, e, in questo senso, costituisce la "generalizzazione naturale e autoconsistente della meccanica newtoniana allo spazio quadri-dimensionale di Lorentz e Einstein".[\[688\]](#)

Questa formulazione conduce agli stessi risultati fisici dell'elettrodinamica di Maxwell e Lorentz, basata sull'azione mediata dal campo, ma senza utilizzare la nozione di azione delle particelle su se stesse. Inoltre la nuova formulazione permette di dedurre l'origine fisica del campo di radiazione, mentre, come rilevano Wheeler e Feynman, Dirac non fornisce nessuna chiara spiegazione dell'origine del campo di radiazione $\Psi_2(F_{ret} - F_{adv})$ limitandosi: (a) a *definire* questo campo per tempi precedenti come pure successivi al momento dell'accelerazione della particella; (b) a *considerare* questo campo come privo di singolarità sulla posizione della particella, per cui, sulla base delle equazioni di Maxwell, deve essere attribuito o a sorgenti altre dalla carica stessa o a radiazione che proviene da distanze infinite.

Usando il linguaggio dell'azione a distanza, la teoria di Wheeler e Feynman può essere sintetizzata nelle seguenti assunzioni: (1) una carica puntiforme accelerata in uno spazio in cui non vi siano altre cariche non irradia energia elettromagnetica; (2) i campi agenti su una particella data provengono solo da altre particelle; (3) questi campi sono rappresentati da $\Psi_2(F_{ret} - F_{adv})$; (4) sono presenti un numero sufficientemente grande di particelle per *assorbire completamente* la radiazione emessa dalla particella.

Le assunzioni (3) e (4) sono strettamente legate tra loro. Infatti, la (3) stabilisce che l'equazione della forza sia *simmetrica* rispetto al passato e al futuro. Questa scelta, come sottolineano gli autori, deriva da una loro rivisitazione critica della discussione tra Ritz e Einstein del 1909. In essa Ritz sostiene che la limitazione ai potenziali ritardati, presente nella sua teoria, sia uno dei fondamenti della seconda legge della termodinamica. In altre parole, Ritz concepisce la radiazione elettromagnetica come un processo elementare in cui si fissa il senso del tempo (selezionando solo i potenziali ritardati) sulla base del comportamento dei sistemi complessi. Einstein, invece, ritiene che l'irreversibilità della radiazione dipenda esclusivamente da considerazioni probabilistiche, che inducono a trattare la radiazione nel quadro della meccanica statistica. Anche Tetrode si muoveva su posizioni simili a quelle di Ritz. Tuttavia, affermano Wheeler e Feynman, noi assumiamo una completa reversibilità, poiché riteniamo che questo sia un elemento essenziale in una teoria unificata dell'azione a distanza. Procedendo su questa linea essi riformulano l'idea di Tetrode di una reazione da parte di un universo assorbitore nell'ottica di Einstein che considera la forza di reazione di radiazione un fenomeno puramente statistico, conseguenza dell'interazione tra sorgente e assorbitore, ed arrivano alla condizione (4).

Sulla base di queste assunzioni essi considerano come sorgente della radiazione una carica accelerata collocata in un sistema assorbitore. Il meccanismo da essi descritto è il seguente: un segnale viene emesso dalla sorgente; questo mette in moto le singole particelle dell'assorbitore e causa la generazione del campo "metà anticipato" e "metà ritardato". La somma degli effetti anticipati di tutte le particelle, valutata nell'intorno della sorgente, è uguale ad un campo che ha le seguenti proprietà:

(1) è indipendente dalle proprietà del mezzo assorbitore; (2) è completamente determinato dal moto della sorgente; (3) esercita sulla sorgente una forza finita, simultanea al momento dell'accelerazione, e con modulo e direzione tali da estrarre dalla sorgente l'energia che in seguito si manifesta nelle particelle circostanti; (4) è uguale in modulo a $\sqrt{2}(F_{ret} - F_{adv})$ dei campi generati dalla carica accelerata, cioè l'assorbitore è l'origine fisica del campo di radiazione di Dirac; (5) questo campo combinato con il campo "metà anticipato" e "metà ritardato" della sorgente permette di ricavare che il segnale emesso risulta complessivamente dato dall'intero campo ritardato, in accordo con l'esperienza.

Quindi, concludono, la radiazione è un fenomeno che appartiene tanto al campo della meccanica statistica quanto a quello dell'elettrodinamica. La loro trattazione permette di stabilire una corrispondenza completa tra azione a distanza e azione mediata dal campo nel caso di un universo assorbitore completo. In un tale sistema, il fenomeno della pre-accelerazione, messo in evidenza da Dirac, appare come l'unica evidenza degli effetti anticipati della teoria dell'azione a distanza. Fanno inoltre vedere che altri effetti anticipati apparirebbero invece nel caso di un sistema (universo) assorbitore incompleto.

La discussione sulle proprietà di assorbimento della radiazione da parte dell'universo verrà ripresa nel contesto della discussione sulla direzione della *freccia del tempo* nei modelli cosmologici chiusi, dando luogo a svariati contributi teorici e sperimentali.[\[689\]](#)

I maggiori problemi che rimanevano aperti nella teoria di Wheeler e Feynman erano relativi alla sua quantizzazione. Questi motivarono i successivi studi di Feynman che avrebbero portato alla formulazione dell'elettrodinamica quantistica tramite l'"integrale sui cammini".

Le carte si rimescolano

Tra la fine degli anni Quaranta e i primi anni Cinquanta l'elaborazione delle procedure di rinormalizzazione nella teoria dei campi quantistici, che pure, come abbiamo notato, si avvale di alcune acquisizioni provenienti dagli studi delle teorie dell'elettrone classico, porta ad un nuovo ripensamento della questione.

In quest'ottica si può vedere il contributo di Feynman del 1948.[\[690\]](#) Questo lavoro, come sottolinea Feynman nella sua lezione del 1965 in occasione del conferimento del premio Nobel, costituisce un momento fondamentale della sua formulazione della meccanica quantistica basata sull'"integrale sui cammini".[\[691\]](#) In esso Feynman, sviluppando approcci al problema della teoria classica dell'elettrone proposti da F. Bopp nel 1942 e da R. Peierls e H. Mc Manus a partire dal 1947, presenta alcune fondamentali critiche all'approccio mediante azione a distanza. Inoltre propone l'introduzione di un *cut-off*, legato alla sostituzione della d di Dirac che compare nell'interazione di cariche puntiformi, con una funzione f meno piccata, che implica, di fatto, il passaggio da un modello puntiforme ad un modello a dimensione finita dell'elettrone.

Pochi anni dopo il lavoro di Feynman, anche Dirac ritorna sul problema della formulazione di una teoria dell'elettrone classico.[\[692\]](#) La nuova proposta di Dirac, che, a differenza di quella di Feynman, non porterà ad ulteriori sviluppi, ha a mio parere un grande interesse dal punto di vista storico. Dirac, infatti, problematizza la nozione di elettrone fino al punto di domandarsi se questa non debba essere del tutto esclusa da una teoria classica (pre-quantistica). In tal senso, la sua nuova teoria contiene solo distribuzioni continue di carica e Dirac si aspetta che la massa e la carica dell'elettrone e la costante di struttura fine possano emergere come risultato della quantizzazione della teoria (quantizzazione che, per altro, non riesce ad ottenere). Questa idea sembra contenere echi di una idea che Einstein suggerisce nell'ultima parte del suo articolo del 1909.[\[693\]](#)

Conclusioni

Questa rassegna, come dicevamo nell'introduzione, è ben lungi dall'esser completa. Molti sono i lavori che tra gli anni Trenta e Cinquanta sono stati proposti sull'argomento.[\[694\]](#)

Il lavoro che rimane da fare è ancora ingente. Spero di essere riuscito a delineare il suo innegabile interesse dal punto di vista storico e le numerose implicazioni dal punto di vista epistemologico che possono spingere ad ulteriori e più complete trattazioni.

[\[653\]](#) Si veda, per esempio: E. Whittaker, *A History of the Theories of Aether and Electricity* (London, 1910); A. O'Rahilly, *Electromagnetics: A Discussion of Fundamentals* (London 1938). Contributi più recenti sono, per esempio: W. Kaiser, *Theorien der Elektrodynamik im 19. Jahrhundert* (Hildesheim, 1981); J.Z. Buchwald, *From Maxwell to microphysics. Aspects of electromagnetic theory in the last quarter of the nineteenth century* (Chicago, 1985); C. Jungnickel and R. McCormach, *Intellectual mastery of nature. Theoretical physics from Ohm to Einstein*, (2 volumi, Chicago, 1986).

[\[654\]](#) C.F. Gauss, *Werke*, a cura della Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Leipzig, Taubner, Vol. 5 (1867) 616; G.T. Fechner, "Über die Verknüpfung der Faradayschen Inductions-Erscheinungen mit den Ampèreschen Erscheinungen", *Ann. d. Phys.* **64** (1845) 337-345; W. Weber, *Elektrodynamische Massbestimmungen über ein allgemeines Grundgesetz der elektrischen Wirkung* (1846-48) in *Werke* **3** (Berlin, 1893) 25-214.

[\[655\]](#) E.T. Whittaker, *op. cit.*, (nota 1) p.228. Va per altro precisato che nella teoria di Weber - basata sull'idea di Fechner che la corrente elettrica sia generata da due fluidi, uno di cariche negative e uno di cariche positive, che fluiscono in verso opposto - la forza fondamentale, che esprime l'attrazione o repulsione delle particelle cariche dei due fluidi, non è solo funzione delle cariche delle due particelle, della loro distanza e della loro velocità relativa, ma anche della accelerazione.

[\[656\]](#) Può essere interessante, a questo proposito, leggere il capitolo XXIII ("Theories of action at a distance", artt. 846-866) della Parte IV ("Electromagnetism") di J.C. Maxwell, *A Treatise on Electricity and Magnetism*, Oxford, 1891 (terza edizione, ripubblicata dalla Dover nel 1954).

[\[657\]](#) Nel delineare le due tradizioni di pensiero, tedesca e britannica, si è fatto uso, tra l'altro, del lavoro di O. Darrigol, "The electrodynamic origins of relativity theory", *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences* **26** (1996) 241-312, cui rinviamo per ulteriori dettagli e riferimenti bibliografici.

[\[658\]](#) Tra i sostenitori di una forza agente a distanza istantaneamente, oltre a W. Weber, *op. cit.* (nota 2), particolarmente significativa è la posizione di R. Clausius, "On a New Fundamental Law of Electrodynamics", *Phil. Mag.*, S. 5, **1** (1876) 69-71, che avvia una discussione con Weber sul tipo di formulazione corretta della forza. Secondo Clausius, la forza tra cariche non deve dipendere dalla velocità relativa, come nella teoria di Weber, ma dalla velocità assoluta. In questo senso, la teoria di Clausius prefigurava l'unificazione della teoria dell'etere con quella dell'elettrone, che sarà uno dei punti di partenza della teoria dell'elettrone di Lorentz. Tra i sostenitori di una forza a distanza ritardata, oltre a C.F. Gauss [*op. cit.* (nota 2), Vol. 5 (1867) 627], che nel 1835 comunica alcune suggestioni nella nota lettera a Weber, vanno annoverati B. Riemann, "A contribution to Electrodynamics", *Phil. Mag.*, S. 4, **34** (1867) 369-372 (pubblicato postumo, ma già presentato nel 1858), che introduce un potenziale scalare ritardato, e C.G. Neumann, "Die Prinzipien der Elektrodynamik", *Mathematische Annalen* **17** (1880) 400-434 (già discusso nel 1868). Di azioni ritardate si occupa anche L.V. Lorenz, nel suo articolo "On the Identity of Vibrations of Light with Electrical Currents", *Phil. Mag.*, S. 4, **34** (1867) 287-301, in cui ricava delle espressioni per il potenziale scalare e vettore ritardati. Ma Lorenz, pur partendo dai contributi di G. Kirchhoff (che sviluppavano, tra il 1848 e il 1857, alcune idee di W. Weber), si muove in un contesto interpretativo

per alcuni versi differente da quello dell'azione a distanza (influenzato dal lavoro di W. Thomson del 1854): "La conclusione teoricamente importante dovrebbe quindi essere [...] che le forze elettriche richiedono del tempo per propagarsi, e che queste forze solo apparentemente agiscono a distanza [...] e che ogni azione dell'elettricità e delle correnti elettriche infatti dipende solo dalle condizioni elettriche degli elementi *immediatamente circostanti* [...] E' ben noto che questa è un'idea indicata da Ampère, e che molti fisici, in particolare Faraday, hanno sostenuto." (*ibidem*, p. 301). Anche H. von Helmholtz, a varie riprese, affronta la questione dell'azione a distanza, e l'idea dell'azione a distanza ritardata compare anche in H. Hertz. Per ulteriori riferimenti bibliografici si rinvia a W. Kaiser, *op. cit.* (nota 1).

[659] Si veda, per esempio, H. von Helmholtz, "Über die Theorie der Elektrodynamik. Erste Abhandlung. Über die Bewegungsgleichungen der Elektrizität für ruhende leitende Körper, *Jour. f. d. reine u. angew. Mathem.* **72** (1870) 57-129, e, più in generale, "Über die physikalische Bedeutung des Princips der kleinsten Wirkung", *Jour. f. d. reine u. angew. Mathem.* **100** (1886) 137-166. Questi studi, che verranno ripresi e sviluppati, in un contesto totalmente diverso, da K. Schwarzschild nel 1903, permettono di scrivere le varie espressioni proposte della forza tra cariche elettriche (Weber, Clausius, Gauss, F. E. Neumann, ecc.) in un'unica forma lagrangiana: le diverse espressioni sono deducibili specificando la forma della funzione L ("potenziale elettrodinamico" per Clausius, "potenziale cinetico" per von Helmholtz (1886), "potenziale elettrocinetico" per von Helmholtz (1870) e Schwarzschild).

[660] Si veda, per esempio: J.C. Maxwell, *op. cit.* (nota 4); J.J. Thomson, "On the electric and magnetic effects produced by the motion of electrified bodies", *Phil. Mag.* **11** (1881) 229-249, e "Report on electrical theories", *Reports of the British Association for the Advancement of Science* (1885) 97-155. Altri contributi significativi sono quelli di G.F. FitzGerald e, in un'ottica energetista, di O. Heaviside. Per più generali riferimenti bibliografici si rinvia a J.Z. Buchwald, *op. cit.* (nota 1).

[661] I principali lavori sperimentali di Hertz sono raccolti in H. Hertz, *Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft* (Leipzig, 1892), traduzione inglese: *Electric Waves*, (London, 1893). J.J. Thomson e W. Kaufmann, compiendo esperimenti sui raggi catodici, arrivano, indipendentemente, a misurare il rapporto tra carica elettrica e massa. Si veda: J.J. Thomson, "On cathode rays", *Phil. Mag.* **44** (1897) 293-316; W. Kaufmann, "Die magnetische Ablenkbarkeit der Kathodenstrahlen und ihre Abhängigkeit vom Entladungspotential", *Ann. d. Phys.* **61** (1897) 544-552. Val la pena, forse, ricordare che l'idea della atomicità della carica elettrica era stata sostenuta da G.J. Stoney, nel 1874 a Belfast, in una comunicazione al congresso della *British Association for the Advancement of Science* (citata in *Reports of British Association for the Advancement of Science* 1874, pubblicata in *Scient. Proc. Roy. Dublin Soc.*, il 16 febbraio del 1881, e in "On the Physical Units of Nature", *Phil. Mag.*, S. 5, **11** (maggio 1881) 381-390. D'altra parte, la diffusione della nozione di atomicità della carica elettrica deve molto alla *Faraday lecture* di H. von Helmholtz, "On the modern development of Faraday's conception of electricity", *J. Chem. Soc.*, **39** (1881), 277-304. Sempre Stoney, che aveva dato una delle prime stime della carica elementare, introduceva per questa, nel 1891, il nome *elettrone* [cfr. *Trans. Roy. Dublin Soc.* **4** (1888-92) 563 e *Phil. Mag.* **38** (1894) 418].

[662] A questo proposito può essere interessante rileggere la discussione tra A. Einstein e W. Ritz, originatasi dalla proposta di W. Ritz, "Recherches critique sur l'électrodynamique générale", *Ann. de Chim. et de Phys.*, S. 8, **13** (1908) 145-275 (cfr. anche W. Ritz, "Über die Grundlagen der Elektrodynamik und die Theorie der schwarzen Strahlung" *Phys. Zs.* **9** (1908) 903-07, nello stesso volume appaiono anche interventi di H. A. Lorentz - pp. 562 sg. - e di J. H. Jeans - pp. 853-855 - sullo stesso argomento "Zur Strahlungstheorie"). Si veda A. Einstein, "Zum gegenwärtigen Stande des Strahlungsproblems", *Phys. Zs.* **10** (1909) 185-193, e A. Einstein, *ibidem*, pp. 323 sg., più specificamente rivolto a una discussione della teoria di Ritz. Elementi importanti di questa

discussione vengono sviluppati nei lavori di Wheeler e Feynman, di cui parleremo in seguito.

Anche se trascende i termini di questo specifico dibattito, sarebbe interessante investigare i collegamenti tra alcuni sviluppi dell'elettrodinamica classica nel Novecento e la proposta, espressa compiutamente da Hilbert nel 1900, che tutte le leggi fisiche debbano essere scritte in forma integrale, proposta che ebbe, tra l'altro, sviluppi nell'ambito dell'applicazione dei principi variazionali alla meccanica dei sistemi continui.

[663] Nella espressione della *massa elettromagnetica*, fin dal lavoro di J.J. Thomson, si trova una dipendenza dall'inverso del raggio dell'elettrone. Per $r \rightarrow 0$, tendente a zero la massa tende a un valore infinito. Questa è oggi comunemente chiamata *autoenergia* infinita dell'elettrone puntiforme.

[664] Nel decennio seguente il contributo di J.J. Thomson grandi passi in avanti erano stati fatti nella comprensione delle forze, mediate dal campo elettromagnetico, che si esercitano tra cariche in movimento. Basti pensare per esempio al lavoro di O. Heaviside, "On the Electromagnetic Effects due to the motion of Electrification through a Dielectric", *Phil. Mag.* **27** (1889) 324-339. Lorentz rielabora contributi provenienti dal filone di studi dell'azione a distanza, in particolare quelli di W. Weber e di R. Clausius, inserendoli nel contesto della teoria dei campi di Maxwell-Hertz.

[665] H.A. Lorentz, "La théorie électromagnétique de Maxwell et son application aux corps mouvants", *Arch. Néerl.* **25** (1892) 363, in H.A. Lorentz, *Collected Papers*, The Hague (Voll. 1-9, 1934-39), Vol. 2 (1936) pp. 165-343. In realtà Lorentz, in questo lavoro, non parla ancora di 'elettrone', ma di 'ione'.

[666] M. Abraham, "Prinzipien der Dynamik des Elektrons", *Ann. d. Phys.*, **10** (1903) 105-179; H.A. Lorentz, *Enzyklopädie der Mathematischen Wissenschaften*, vol. V/2 (1904) 63-280.

[667] Sulle questioni, teoriche e sperimentali, connesse alla massa elettromagnetica si veda, per esempio, J. Cushing, "Electromagnetic mass, relativity, and the Kaufmann experiments", *Am. J. Phys.*, **49** (1981) 1133-1149; R. McCormach, "Einstein, Lorentz, and the electromagnetic view of nature", *Historical Studies in the Physical and Biological Sciences*, **2** (1970) 41-87; A. Miller, *Albert Einstein's special theory of relativity. Emergence (1905) and early interpretation (1905-1911)*, (London, 1981).

[668] I calcoli che Abraham (cfr. *op. cit.* (1903), nota 14) conduce anche su ellissoidi mirano, essenzialmente, a stabilire quanto i risultati ottenuti siano sensibili alla forma sferica assunta.

[669] Una rassegna completa dei vari esperimenti si trova in W. Kaufmann, "Über die Konstitution des Elektrons", *Ann. d. Phys.*, **19** (1906) 487-553.

[670] H.A Lorentz, "Electromagnetic phenomena in a system moving with any velocity smaller than light", *Proc. Acad. Sci. Amsterdam*, **6** (1904) 809. L'idea della contrazione, come è noto, era stata introdotta da FitzGerald nel 1889, e da Lorentz nel 1902, per spiegare gli esperimenti di A.A. Michelson (1881) e di A.A. Michelson e E.W. Morley (1887).

[671] Una esposizione della teoria di Bucherer si trova in A. Bucherer, "On a new principle of relativity in electromagnetism", *Phil. Mag.*, S. 6, **13** (1907) 413-20.

[672] A. Bucherer, "Messungen an Becquerelstrahlen. Die experimentelle Bestätigung der Lorentz-Einsteinschen Theorie", *Phys. Zs.*, **9** (1908) 755-762.

[673] A. Einstein, "Zur Elektrodynamik bewegter Körper", *Ann. d. Phys.*, **17** (1905) 891-921.

[674] H. Poincaré, "Sur la dynamique de l'électron", *Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo*, **21** (1906) 129-176.

[675] Per una breve, ma completa trattazione della teoria di Mie, cfr. H. Weyl, *Raum Zeit Materie* (Berlin, 1921⁴, SS26, in cui si trovano anche i principali riferimenti bibliografici ai lavori originali. E' noto che le teorie di Mie furono sviluppate anche da Hilbert nei suoi studi sulla relatività generale, si veda "Die Grundlagen der Physik", *Gesam Abhl.*, **3** (Berlin, 1970) 258-289.

[676] J. Larmor, "On the Theory of the Magnetic Influence on Spectra and on the Radiation from moving Ions", *Phil. Mag.*, S. 5, **44** (1897) 503-512.

[677] O. Heaviside, "The Waste of Energy from a Moving Electron", *Nature*, **67** (1902) 6-8; M. Abraham, *op. cit.* (1903) e "Zur Theorie der Strahlung und des Strahlungsdruckes", *Ann. d. Phys.*, **14** (1904) 236-287; M. von Laue, "Die Wellenstrahlung einer bewegten Punktladung nach dem Relativitätsprinzip", *Ann. d. Phys.*, **28** (1909) 436-442.

[678] H.A. Lorentz, *Enciclopedia...*, *op. cit.* (1904), nota 14.

[679] M. Abraham, *Theorie der Elektrizität*, (Teubner, 1908²), Vol. 2; M. von Laue, *op. cit.* (1909), nota 25.

[680] Questi problemi, connessi tra l'altro all'uso dei potenziali ritardati nell'espressione della forza di reazione, sono già in larga misura presenti nell'intervento di Einstein del 1909 e nella sua discussione con Ritz (cfr., sopra, nota 10).

[681] In quanto segue diamo una sommaria descrizione della formulazione non covariante del problema. Per ulteriori particolari su questa e per l'espressione delle equazioni relativistiche del moto si veda: W.K.H. Panofsky e M. Phillips, *Classical Electricity and Magnetism* (Massachusetts, 1956²) [traduzione italiana: *Elettricità e Magnetismo*, (Milano, 1966), in particolare cap. 21].

[682] Si veda, a questo proposito, H.A Lorentz, *The Theory of Electrons and its applications to the phenomena of light and radiant heat*, (New York, 1909).

[683] P.A.M. Dirac, "Classical theory of radiating electrons", *Proc. Roy. Soc. (London)* **A167** (1938) 148-169. In P.A.M. Dirac, "La théorie de l'électron et du champ électromagnétique", *Ann. Inst. Henry Poincaré*, **9** (1939) 13-49, si trova un breve riassunto della teoria classica insieme ad un primo approccio alla sua quantizzazione.

[684] Probabilmente H.A. Kramers, che conosceva bene questa teoria classica, fu il primo a sottolinearne l'importanza nell'applicazione alla teoria dei campi quantizzati alla conferenza di Shelter Island, del giugno 1947. In relazione a questo si veda la nota in J. Schwinger, "On quantum-electrodynamics and the magnetic moment of the electron", *Phys. Rev.*, **73** (1948) 416.

[685] Dirac impone che l'accelerazione si annulli asintoticamente per particelle libere. Argomenti diversi, basati sulla richiesta che al limite, per il valore della carica tendente a zero, la traiettoria della particella carica approssimi quella della corrispondente particella neutra, sono stati dati da H.J. Bhabha, "On the expansibility of solutions in powers of the interaction constants", *Phys. Rev.*, **70** (1946) 759-60. Questi argomenti conducono a condizioni sulle accelerazioni simili a quelle di Dirac.

[686] J.A. Wheeler e R.P. Feynman, "Reaction of the Absorber as the Mechanism of Radiative Damping", *Phys. Rev.*, **59** (1941) 682 (contiene solo un riassunto di poche righe di un intervento al Congresso del 1941 della *American Physical Society*); "Interaction with the Absorber as the Mechanism of Radiation", *Rev. Mod. Phys.*, **17** (1945) 157-181; "Classical Electrodynamics in Terms

of Direct Interparticle Action", *Rev. Mod. Phys.*, **21** (1949) 425-433.

[687] La bibliografia completa si trova negli articoli citati di Wheeler e Feynman, cui rimandiamo.

[688] Si veda, a questo proposito, la nota iniziale, firmata da Wheeler, del lavoro di Wheeler e Feynman del 1945.

[689] Si veda, sul versante sperimentale, l'articolo di R.B. Partridge, "Absorber theory of radiation and the future of the universe", *Nature*, **244** (1973) 263-265. Una rassegna aggiornata si trova in F. Hoyle e J.V. Narlikar, "Cosmology and action-at-distance electrodynamics", *Rev. Mod. Phys.*, **67** (1995) 113-155.

[690] R.P. Feynman, "A Relativistic Cut-Off for Classical Electrodynamics", *Phys. Rev.*, **74** (1948) 939-946. La quantizzazione di questo modello si trova in R.P. Feynman, "A Relativistic Cut-Off for Quantum Electrodynamics", *Phys. Rev.*, **74** (1948) 1430-38.

[691] R.P. Feynman, "The development of the space-time view of quantum electrodynamics", *Science*, **153** (1966) 699-708.

[692] P.A.M. Dirac, "A new classical theory of electrons", *Proc. Roy. Soc. (London)* **A209** (1951) 291-96 (parte prima), **A212** (1952) 330-339 (parte seconda), **A223** (1953) 438-445.

[693] Si veda sopra la nota 10.

[694] Una breve rassegna ragionata, con le principali indicazioni bibliografiche, si trova nel lavoro di Feynman del 1948 (nota 38). A questa val la pena aggiungere almeno i lavori di M. Schönberg tra gli anni 1946 e 1947. I riferimenti bibliografici principali, compresi gli sviluppi verso una quantizzazione, si trovano in M. Schönberg, "Quantum theory of the point electron", *Phys. Rev.*, **74** (1948) 738-747.