

Enrico Antonio Giannetto<sup>1</sup>

NOTE SULLA RIVOLUZIONE DELLA MECCANICA DELLE MATRICI DI HEISENBERG, BORN E JORDAN E SUL PROBLEMA DELL'EQUIVALENZA CON LA MECCANICA DI SCHRÖDINGER

Vorrei qui brevemente discutere, solo sotto alcuni aspetti concettuali, gli articoli di Heisenberg, Born e Jordan in cui si è presentata la prima forma di "meccanica quantistica": *Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen* di Heisenberg, *Zür Quantenmechanik I* di Born e Jordan, e *Zür Quantenmechanik II*, scritto da Heisenberg con Born e Jordan (1). Mi limiterò ad affrontare il problema di una "definizione" di "meccanica quantistica" in relazione al problema dell'equivalenza delle sue formulazioni.

In questi tre lavori apparsi tra il 1925 e il 1926 è formulata una nuova dinamica, "rivoluzionaria" rispetto alla meccanica classica e alla stessa dinamica relativistica elaborata solo una ventina d'anni prima (2). Dal punto di vista storico, necessario per una effettiva comprensione dei problemi coinvolti, bisogna fare attenzione al fenomeno di *meaning variance* sottolineato dall'epistemologia contemporanea: vi è un reale cambiamento di significato dei termini del linguaggio scientifico nel passaggio da una teoria fisica ad un'altra (3). Ma non è tutto: in questo caso, storicamente vi è stato un cambiamento di significato anche nella stessa locuzione che dà nome alla stessa teoria indicata. E non solo perché da un punto di vista storico ed epistemologico profondo la "meccanica quantistica", comunque la si consideri, è un nome inadeguato per la teoria fisica che indica: la dinamica quantistica non può essere sussunta, non è inquadrabile all'interno di una "meccanica" nel senso che questa parola storicamente ha e ha avuto in stretta connessione con la cosiddetta concezione meccanicistica della natura (4). Che l'atomismo meccanicistico, dopo secoli di paradigmatico dominio all'interno della scienza moderna, sia morto definitivamente con la "meccanica quantistica" risulta evidente da molti punti di vista: basti fare riferimento al fatto che in essa è impossibile definire quello che classicamente è lo "stato meccanico di moto", per cui è necessaria la definizione simultanea della posizione e della quantità di moto di un sistema fisico (impossibile per le relazioni di indeterminazione di Heisenberg del 1927) (5).

Si tratta invece di un problema apparentemente più banale, ma ancora più di fondo. La *Quantenmechanik* formulata in questi articoli non è la stessa teoria che oggi tutti i manuali chiamano meccanica quantistica, e questo non per i "naturali" sviluppi-arricchimenti storici che una teoria può avere nel tempo (6). La meccanica quantistica, come disciplina con una sua caratterizzazione istituzionale all'interno delle università, come oggi viene insegnata e presentata nei testi di riferimento, è il frutto di complessi processi storici, conosciuti nella "lettera" ma ancora non del tutto chiariti nello "spirito", e dei quali qui potremo dare solo un cenno. E' questo il motivo per cui qualunque riflessione filosofica sulla meccanica quantistica non può prescindere dal chiarimento dei complessi processi storici in questione.

E' noto che la *Quantenmechanik* di Heisenberg, Born e Jordan è la cosiddetta *meccanica delle matrici* (7). Negli stessi anni un'altra nuova meccanica fu formulata da Schrödinger: la *meccanica ondulatoria* (8). Un'altra meccanica elaborata negli stessi anni, quella di Dirac, è molto più "simile" a quella di Heisenberg, Born e Jordan, ma non "identica" (9). Schrödinger nel 1926 diede una "dimostrazione" dell'equivalenza tra la meccanica delle matrici e la meccanica ondulatoria (10). I fisici, da allora in poi, hanno fatto riferimento a tale presunta dimostrazione e pragmaticamente hanno usato come strumento di calcolo uno "sviluppo" della "più comoda" meccanica ondulatoria di Schrödinger. Gli storici hanno evidenziato come la dimostrazione tentata da Schrödinger fosse quanto meno incompleta (11). Si è anche creduto che tale dimostrazione fosse stata completata da Pauli, in una lettera a Jordan scoperta da Van der Waerden nel 1972, e indipendentemente da Eckart (12). Il dibattito sull'equivalenza della meccanica delle matrici e della meccanica ondulatoria ha prodotto interessanti analisi epistemologiche sul problema dell'equivalenza fra teorie fisiche, sugli

---

<sup>1</sup> Dipartimento di Fisica "A. Volta", Università di Pavia, via A. Bassi 6, 27100 Pavia, Italia; giannetto@pavia.infn.it

eventuali criteri di scelta fra esse o sul generale problema della cosiddetta "sotto-determinazione" o "indeterminazione" delle teorie, ovvero sulla molteplicità di teorie compatibili con gli esperimenti (13).

Recentemente, seguendo un punto di vista comunque già espresso varie volte nella storia di questo problema, F. A. Muller ha messo in luce come quello dell'equivalenza tra meccanica delle matrici e meccanica ondulatoria non sia nulla di più che un mito, almeno da una prospettiva storica: secondo Muller, oggi si ha invece l'equivalenza delle due teorie nella loro *riformulazione* nel linguaggio contemporaneo della meccanica quantistica (14).

Muller, riprendendo temi in parte già discussi da altri autori, fa notare che: i) mentre la meccanica delle matrici poteva descrivere l'evoluzione temporale dei sistemi fisici per mezzo dell'equazione di Born-Jordan, la meccanica ondulatoria non poteva, al tempo della dimostrazione dell'equivalenza, in quanto l'equazione di Schrödinger dipendente dal tempo fu formulata dallo stesso tre mesi dopo la sua dimostrazione (l'esistenza di stati stazionari, al contrario, non era contemplata nella meccanica delle matrici); ii) non ci poteva essere equivalenza senza l'interpretazione probabilistica di Born per la funzione d'onda di Schrödinger; iii) la meccanica delle matrici si limitava, in maniera non necessaria, altresì ai fenomeni periodici; iv) nella meccanica delle matrici non vi è uno spazio degli stati definito come quello delle funzioni d'onda: le matrici (infinite) avevano un'esistenza autonoma (un significato fisico indipendente da uno spazio degli stati) e non quali specificazioni parziali di operatori lineari agenti sullo spazio di Hilbert di funzioni complesse, come nell'odierna caratterizzazione d'osservabili di stato della meccanica quantistica; v) nella meccanica delle matrici non vi è uno spazio euclideo né vi è densità di materia carica "diffusa", né vi sono auto-oscillazioni, come invece in quella ondulatoria: misure di densità di carica per gli elettroni, distribuità con continuità secondo l'interpretazione del quadrato della funzione d'onda da parte di Schrödinger, avrebbero potuto costituire un *experimentum crucis* (contrario alla meccanica ondulatoria); vi) nella meccanica delle matrici vi è la prima teoria di "campo elettromagnetico quantizzato" per mezzo di campi a valori matriciali, mentre nella meccanica ondulatoria si assumevano valide le equazioni di Maxwell classiche.

E' chiaro allora che fornire almeno un abbozzo di risposta alla questione dell'equivalenza fra meccanica delle matrici e meccanica ondulatoria comporta un'analisi approfondita di che cosa è una teoria fisica e di quando questa si possa dire identica, equivalente o non equivalente ad un'altra teoria. E da quest'analisi dipenderà anche la comprensione di che cosa è la meccanica quantistica e di quali conseguenze filosofiche comporti.

Una tale analisi approfondita non è proponibile nei limiti di questa introduzione; tuttavia si possono dare alcune indicazioni. Tali teorie fisiche sono formulate in un particolare linguaggio matematico e hanno poi una loro dimensione semantico-pragmatica legata alla loro interpretazione e alla pratica sperimentale (15). Seppure con la meccanica delle matrici e con la meccanica ondulatoria si poteva descrivere un certo numero comune di esperimenti, non tutti, resta il problema dei loro differenti linguaggi matematici: quello algebrico delle matrici e quello analitico delle equazioni differenziali di Schrödinger. In particolare, il linguaggio algebrico della teoria di Heisenberg, Born e Jordan si limita a grandezze fisiche discrete in relazione ad un criterio di osservabilità e di misura effettiva che permette di individuare solo un numero finito di cifre (16). L'estensione al caso continuo di tale linguaggio algebrico della meccanica delle matrici è stato fatto dagli stessi Heisenberg, Born e Jordan, solo dopo ed in relazione all'equivalenza da raggiungere con la meccanica ondulatoria (17). Si può quindi notare che non si tratta semplicemente di una "banale" differenza di linguaggi matematici, in quanto tale differenza implica una differente considerazione della pratica sperimentale che stabilisce ciò che è teoricamente osservabile, quali sono le grandezze fisiche, e che cosa ha "significato" e "realtà" fisica. Basta questo solo esempio per evidenziare che: a) le due meccaniche sono differenti per i differenti linguaggi matematici, e che tali linguaggi effettivamente usati non sono matematicamente equivalenti; b) le due meccaniche sono differenti dal punto di vista sperimentale (la meccanica delle matrici, per esempio, non era in grado di descrivere ipotetiche grandezze fisiche continue); c) conseguentemente le due meccaniche sono differenti dal punto di vista fisico, implicando differenti grandezze fisiche; d) le due meccaniche sono differenti dal

punto di vista epistemologico: vi è un differente rapporto tra teoria ed esperimenti, vi sono una differente concezione della conoscenza fisica, di teoria fisica e una differente concezione della "realtà" fisica e della natura (la meccanica ondulatoria si basa ancora sul presupposto meta-fisico che *natura non facit saltus*).

La meccanica ondulatoria nell'interpretazione di Schrödinger era sorta per ripristinare l'intuibilità o la "visualizzabilità" teorica di una realtà fisica continua, descrivibile in termini spazio-temporali, secondo il principio di causalità, di reversibilità temporale, e del determinismo meccanicistico classico seppure in termini di particelle-"atomi" da considerare quali onde materiali (solo dopo Born mostrerà l'impossibilità di dare un'interpretazione "materialistica" delle onde e introducendo l'interpretazione probabilistica, mai accettata fino in fondo da Schrödinger). Scrive infatti Schrödinger:

"...l'allontanamento dalla meccanica classica nelle due teorie appare svilupparsi proprio in direzioni diametralmente opposte. Da Heisenberg, le variabili continue classiche sono sostituite con sistemi di grandezze numeriche discrete (matrici), che, dipendendo da una coppia di indici interi, vengono determinate con equazioni *algebriche*. Gli autori stessi qualificano la teoria come 'vera teoria del discontinuo'. La meccanica ondulatoria invece segna, giusto all'opposto, uno scostamento dalla meccanica classica *nel senso della teoria del continuo*. Invero, al posto del fenomeno descrivibile con un numero finito di variabili dipendenti, per mezzo di un numero finito di equazioni differenziali alle derivate totali, compare un fenomeno continuo di *campo* nello spazio delle configurazioni, che è governato da una singola equazione differenziale *alle derivate parziali*, deducibile da un principio d'azione. Questo principio d'azione, oppure questa equazione differenziale, rimpiazza le le equazioni del moto e le condizioni quantistiche della 'teoria dei quanti classica'". (18).

Per quanto riguarda la problematica contemporanea è sufficiente porsi il seguente quesito: una volta effettuata l'estensione del linguaggio delle matrici al caso del continuo, è effettivamente possibile "tradurre senza residui" un linguaggio matematico in un altro? L'equivalenza "contemporanea" tra le due meccaniche considerata da Muller si basa su questo presupposto (19). Ogni linguaggio matematico, al di là delle relazioni non-univoche sintatticamente istituibili con un altro linguaggio, sottintende una differente concezione del mondo che si riflette e si articola anche al livello sintattico oltre che semantico-pragmatico: è questa anche la controparte di un noto teorema di logica matematica che mostra la "non-caratterizzabilità" di una teoria formale attraverso un numero finito di assiomi; ovvero l'analisi puramente sintattico-formale di una teoria "censura", nasconde e mette da parte qualsiasi concezione del mondo correlata a tale livello sintattico (20).

Il linguaggio delle equazioni differenziali della meccanica ondulatoria è non solo storicamente, ma anche strutturalmente (sintatticamente) connesso al determinismo meccanicistico, causale e continuista, spazio-temporale e reversibilista, dell'ontologia della fisica classica.

Al contrario, il linguaggio algebrico-matriciale, essendo caratterizzato dalle relazioni di generale non-commutatività delle matrici, è strutturalmente (sintatticamente) indeterministico e quindi non-meccanicistico, acausale, irreversibilista e discreto, de-costruttivo dell'ontologia della fisica classica; anche lo spazio-tempo classico quale "contenitore", forma di determinazione del moto, dei processi fisici, non è più definibile ed è del tutto eliminato (21).

Non crolla solo il concetto di posizione di una particella in moto ad un certo istante, per cui il moto non è riducibile ad una serie di stati istantanei e ha una sua realtà processuale irriducibile di transizione, ma crollano anche il concetto di spazio-tempo come geometria globale, il concetto di punto spaziale e il concetto di evento istantaneo, in quanto non hanno una loro universale caratterizzabilità sperimentale, una loro misurabilità effettiva indipendente dai processi fisici e che abbia senso al di là del caso non-realistico di imprecisione infinita della quantità di moto e dell'energia. Lo spazio-tempo quantistico nella meccanica delle matrici può assumere solo un significato del tutto opposto a quello che aveva nelle altre teorie precedenti: non è altro che la stessa indeterminazione del moto (quantità di moto, energia) come processo irreversibile, non è che una forma di ciò che solo ha significato fisico "invariante"

rispetto alle differenti condizioni sperimentali, ovvero dei quanti d'azione (processi energetico-temporali finiti e irreversibili). Né esistono nella meccanica delle matrici (come nelle formulazioni contemporanee della meccanica quantistica) stati fisici indipendenti (su cui poi agiscono degli operatori), astratti dalle grandezze fisiche rappresentate dalle matrici, che possano costituire ancora un supporto linguistico per ipostatizzazioni ontologiche di una "realtà" fisica classica: la "realtà" fisica, ovviamente, non è negata, ma la sua radicale indeterminazione ontologica non è descrivibile in un qualsiasi spazio di rappresentazione. Alla meccanica delle matrici è ovviamente correlato il più generale formalismo della meccanica quantistica, quello delle *matrici densità*, soddisfacenti un'equazione di Liouville quantistica, per il caso di sistemi fisici che non ammettono una funzione d'onda (corrispondente al caso ideale di sistemi preparati in uno stato *puro*) e per i quali non esiste un sistema completo di misura che determini univocamente risultati prevedibili (corrispondenti a sistemi fisici in "stati *miscelati*"): è qui che appare evidente l'intrinseca *incompletezza* della meccanica delle matrici in contrasto con la mitica completezza della meccanica quantistica: incompletezza non da superare, ma che riflette l'impossibilità sperimentale, di principio, di una descrizione completa della realtà fisica. Dalla meccanica delle matrici non sarebbe mai potuta sorgere una teoria quanto-relativistica di campo come quella attuale, basata sull'assunzione di uno spazio-tempo parametrico non quantizzato nel quale sono definiti i campi: si sarebbe potuta altresì costruire direttamente una teoria della matrice di scattering  $S$  per il calcolo della probabilità di ogni processo tra stati fisici definiti solo attraverso le grandezze fisiche misurabili, come anche si sarebbe potuto esplorare direttamente un approccio algebrico ad una teoria quanto-relativistica, in tutti e due casi però senza alcuna assunzione di uno spazio-tempo sia pure relativistico ma esistente indipendentemente dai processi fisici e senza alcuna "sostanzializzazione" meta-fisica delle particelle nel linguaggio dei campi (22).

Molti problemi che ancora oggi assillano i dibattiti sulla meccanica quantistica derivano certamente dal fatto che la meccanica quantistica si è affermata ed è divenuta paradigma dominante in una forma che è sostanzialmente quella di Schrödinger con l'interpretazione modificata datane da Born e con il formalismo degli operatori (che hanno sostituito le matrici come loro versione astratta e anche continua) che è solo "giustapposto" alla meccanica ondulatoria. Vi è stato così un mescolamento dei linguaggi e delle loro implicazioni epistemologiche che ha creato grande confusione (23).

La "meccanica" delle matrici di Heisenberg, Born e Jordan aveva un carattere ancora più estremo di "frattura epistemologica" nei confronti delle precedenti teorie fisiche, per il suo linguaggio matematico discreto, per la sua radicale concezione di teoria fisica in relazione alle pratiche sperimentali, per quella che già nel 1927 apparirà come la sua intrinseca portata indeterministica, che la "rivoluzione quantistica" ha in parte perso nel suo cammino storico.

La meccanica delle matrici implicava un cambiamento dei rapporti fra matematica e fisica: come nel caso della relatività che comportava il cambiamento della geometria e l'assunzione di una "geometria fisica" scelta in base alla sua sperimentabilità, così l'aritmetica e l'algebra nel caso della meccanica delle matrici non potevano essere più date a priori, dovevano essere scelte in relazione agli esperimenti, e ciò portava ad un'aritmetica e ad un'algebra "quantistiche" o dei "numeri quantistici" (matrici o "q-numbers"). La rivoluzionaria conseguenza di ciò è il ribaltamento dei rapporti tra "logos mathematikòs" e "physis", che poi sarà effettuato dagli approcci radicali di "logica quantistica" (24). Analizzare ancora oggi i lavori costitutivi della meccanica delle matrici non ha allora solo il sapore di una nostalgia o di un'erudizione storica; si tratta invece di restituire alla "rivoluzione quantistica" la sua estrema radicalità originaria, non solo per il suo valore storico, ma per le sue conseguenze fisiche e filosofiche che ci impegnano a riconsiderare completamente lo stesso nostro modo di rapportarci alla natura e da un punto di vista epistemologico e da un punto di vista che non potrà non essere anche etico: il cambiamento nell'idea della natura, implicato dalla meccanica delle matrici, comporta l'abbandono dell'illusoria moderna "epoca delle immagini del mondo", in cui la natura era ridotta ad immagine dell'uomo; comporta quindi una diversa relazione dell'uomo con la natura e di questi con Dio. La natura, come "mutamento" irriducibile, nella sua indeterminazione fondamentale non potrà

più essere oggetto inerte e passivo delle nostre rappresentazioni meccaniciste come delle nostre correlate manipolazioni tecnologiche: e con il meccanicismo crollano anche la teologia e l'etica che lo informavano e che ci allontanavano dalla percezione della natura come "grande madre vivente" in cui soffia e dimora lo Spirito di Dio; contrariamente alle idee di Einstein, la meccanica delle matrici indica non solo un Dio che gioca a dadi con il mondo rispettandone la radicale libertà creaturale che si riflette nell'indeterminazione, ma anche, come scrive Heisenberg, una nuova "forma spirituale" di vita al di là del rapporto soggetto-oggetto (25).

## NOTE E BIBLIOGRAFIA

(1) Traduzioni inglesi di questi articoli, *Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen*, *Zür Quantenmechanik I*, *Zür Quantenmechanik II* si trovano in: *Sources of Quantum Mechanics*, ed. B. L. van der Waerden, North-Holland, Amsterdam 1967, pp. 261-276, 277-306, 307-385.

(2) Si deve ricordare che una nuova dinamica era già stata proposta da Henri Poincaré: *Sur la théorie des quanta*, in *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, t. 153 (1911), pp. 1163-1168; *Sur la théorie des quanta*, in *Journal de Physique théorique et appliquée*, s. 5, t. 2 (1912), pp. 5-34; *L'hypothèse des quanta*, in *Revue scientifique*, s. 4, t. 17 (1912), pp. 225-232. Per un'analisi della nuova dinamica di Poincaré, si vedano: R. Dugas, *Histoire de la mécanique*, Griffon, Neuchâtel 1955, tr. ingl. di J. R. Maddox, *A History of Mechanics*, Dover, New York 1988, pp. 552-553 e 622-626; E. Giannetto, *Henri Poincaré e la nascita della meccanica quantistica*, Congresso SIF, Verona 1996, in corso di stampa.

(3) Mi si permetta di rimandare a: E. Giannetto, *L'epistemologia quantistica come metafora antifondazionistica*, in *Immagini Linguaggi Concetti* (a cura di S. Petruccioli), Theoria, Roma 1991, pp. 301-322, e riferimenti ivi citati.

(4) Si vedano: E. Giannetto & G. Bonera, *Scienza, Cristianesimo e Incanto del Mondo. Per un'interpretazione del 'Tractatus de sex dierum operibus' di Teodorico di Chartres*, in *Atti del Convegno 'Cultura e Spiritualità'*, a cura di L. Valle, Nardini, Firenze, in corso di stampa; E. Giannetto, *Max Born, il caos ed il mito del determinismo meccanicista*, in *Proceedings of the Conference 'Chaos, Fractals, Models'*, a cura di L. Magnani, in corso di stampa; E. Giannetto, *Note sul tempo e sul moto attraverso la storia della fisica e le critiche filosofiche*, in *Atti del XIII Congresso Nazionale di Storia della Fisica* (a cura di A. Rossi), Goliardica Pavese, Lecce 1995, 9-43.

(5) E. Giannetto, *Some Remarks on Non-Separability*, in *The Foundations of Quantum Mechanics*, C. Garola & A. Rossi (eds.), Kluwer, Dordrecht 1995, 315-324 e riferimenti ivi citati; M. Pauri, *Principio quantistico, spazio e tempo*, in *Meccanica Quantistica*, a cura della SISSA, CUEN, Napoli 1995, pp. 66-87; W. Heisenberg, *Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik*, in *Zeitschrift für Physik* 43 (1927), pp. 172-198, tr. it. di G. Gregorio, C. Staiti, e G. Gembillo (a cura di), in *Indeterminazione e realtà*, Guida, Napoli 1991, pp. 35-67.

(6) Si vedano, ad esempio: L. D. Landau & E. M. Lifshitz, *Kvantovaja mehanika*, Mir, Mosca, 1947, 1973, tr. it. di A. Machov, *Meccanica Quantistica*, Editori Riuniti, Roma 1976, pp. 50-63; A. Messiah, *Mécanique quantique*, Dunod, Paris 1958; E. V. H. Wichmann, *Quantum Physics*, McGraw Hill, New York 1967, 1971, tr. it. di A. Suvero, *La Fisica di Berkeley 4 - Fisica Quantistica*, Zanichelli, Bologna 1973, p. 230; V. A. Fock, *Fundamentals of Quantum Mechanics*, tr. ingl. di E. Yankovsky, Mir, Mosca 1976, 1978; D. Bohm, *Quantum Theory*, Dover, New York 1951, 1979. La meccanica delle matrici è considerata come un caso particolare, corrispondente alla cosiddetta "rappresentazione di Heisenberg", di una teoria più generale.

(7) Si vedano la nota (1) e ancora: J. Mehra & H. Rechenberg, *The Historical Development of Quantum Theory*, voll. I-V, Springer Verlag, New York 1982-1987, in particolare i volumi II. *The Discovery of Quantum Mechanics, 1925*, III. *The Formulation of Matrix Mechanics and Its Modifications, 1925-1926* e IV. *The Fundamental Equations of Quantum Mechanics 1925-1926 & The Reception of the New Quantum Mechanics 1925-1926*; M. Jammer, *The Conceptual Development of Quantum Mechanics*, McGraw-Hill, New York 1966; W.

Heisenberg, *Development of Concepts in the History of Quantum Theory*, in *The Physicist's Conception of Nature*, ed. J. Mehra, Reidel, Dordrecht 1973, pp. 264-275; W. Heisenberg, *Die physikalischen Prinzipien der Quantentheorie*, 1930, *I principi fisici della teoria dei quanti*, tr. it. di M. Ageno, Einaudi, Torino 1948. Per una odierna riconsiderazione della meccanica delle matrici, si veda: T. F. Jordan, *Quantum Mechanics in Simple Matrix Form*, Wiley, New York 1986

(8) E. Schrödinger, *Quantisierung als Eigenwertproblem*, I, II, III, IV, in *Annalen der Physik* **79** (1926) pp. 361-376, **79** (1926) pp. 489-527, **80** (1926) pp. 437-490, **81** (1926) pp. 109-139; E. Schrödinger, *Der stetige Übergang von der Micro- zur Macromechanik*, in *Naturwissenschaften* **14** (1926) pp. 664-666: la traduzione inglese di questi articoli si trova in: E. Schrödinger, *Collected Papers on Wave Mechanics*, Blackie & Sons, London 1927. Si veda inoltre: J. Mehra & H. Rechenberg, *The Historical Development of Quantum Theory*, voll. I-V, Springer Verlag, New York 1982-1987, in particolare il volume V; L. De Broglie, E. Schrödinger, W. Heisenberg, *Onde e particelle in armonia*, intr. e cura di S. Boffi, Jaca Book, Milano 1991.

(9) P. A. M. Dirac, *The Fundamental Equations of Quantum Mechanics*, in *Proc. Roy. Soc. A* **109** (1926), pp. 642-653; P. A. M. Dirac, *Quantum Mechanics and a Preliminary Investigation of the Hydrogen Atom*, in *Proc. Roy. Soc. A* **110** (1926), pp. 561-569: entrambi riprodotti in *Sources of Quantum Mechanics*, op. cit., pp. 307-320 e 417-427; P. A. M. Dirac, *The Principles of Quantum Mechanics*, Clarendon Press, Oxford 1930, 1958, tr. it. di P. L. Casalini & V. Silvestrini, *I principi della meccanica quantistica*, Boringhieri, Torino 1976.

(10) E. Schrödinger, *Über das Verhältnis der Heisenberg-Born-Jordanschen Quantenmechanik zu der meinen*, in *Annalen der Physik* **79** (1926), pp. 734-756; si veda anche: G. Tagliaferri, *Storia della fisica quantistica - Dalle origini alla meccanica ondulatoria*, F. Angeli, Milano 1985, pp. 423-438.

(11) B. L. van der Waerden, *From Matrix Mechanics and Wave Mechanics to Unified Quantum Mechanics*, in *The Physicist's Conception of Nature*, op. cit., pp. 276-293.

(12) Il testo della lettera di Pauli a Jordan è stato pubblicato in B. L. van der Waerden, *From Matrix Mechanics...*, op. cit., pp. 289-293; C. Eckart, *Operator Calculus and the Solution of the Equation of Motion of Quantum Dynamics*, in *Physical Review* **28** (1926), pp. 711-726 (una prima nota preliminare era stata pubblicata in *Proc. Nat. Acad. Scien.* **12** (1926), p. 473).

(13) C. Chevalley, *Le conflit de 1926 entre Bohr et Schrödinger: un exemple de sous-détermination des théories*, in *Erwin Schrödinger - Philosophie et naissance de la mécanique quantique*, ed. M. Bitbol & O. Darrigol, Frontières, Gif-sur-Yvette Cedex 1992, pp. 81-94.

(14) F. A. Muller, *The Equivalence Myth of Quantum Mechanics, I & II*, in *Studies in History and Philosophy of Modern Physics*, v. **28** (1997) pp. 35-61 e v. **28** (1997) pp. 219-247 e riferimenti ivi citati. Più radicale, per certi versi, appare la negazione dell'equivalenza in: N. Hanson, *The Concept of the positron. A philosophical analysis*, Cambridge University Press, Cambridge 1963, tr. it. a cura di I. Zucchetto, *Il concetto di positrone*, Piovani, Abano 1989, pp. 151-173. Hanson rileva come la meccanica ondulatoria fosse una teoria fisica che comportava, nell'interpretazione di Schrödinger, conseguenze sperimentali differenti dalla meccanica delle matrici, "verificabili-falsificabili" a livello sperimentale: secondo Hanson, l'interpretazione di Schrödinger è stata giudicata quale "meta-fisica" (non in senso popperiano) solo dopo la sua "falsificazione" sperimentale; la meccanica ondulatoria nell'interpretazione statistica poi fornita da Born va considerata come una teoria fisica differente da quella di Schrödinger, e, al contrario, "verificata" sperimentalmente.

(15) E. Giannetto, *On Truth: A Physical Inquiry*, in *Atti del Congresso "Nuovi Problemi della logica e della filosofia della scienza"* (a cura di C. Cellucci & M. Dalla Chiara), Clueb, Bologna 1991, pp. 221-228; E. Giannetto, *Note storico-critiche sul mutamento e il 'realismo': Henri Poincaré, la Relatività Speciale e le Teorie Fisiche*, in *Ancora sul Realismo. Aspetti di una controversia della fisica contemporanea*, a cura di G. Giuliani, Goliardica Pavese, Pavia 1995, 241-249; E. Giannetto, *Heidegger and the Question of Physics*, in *Proceedings of the 'Conference on Science and Hermeneutics'*, Veszprem 1993, eds. O. Kiss & L. Ropolyi, Reidel, Dordrecht 1998; E. Giannetto, *Physical Theories and Theoretical Physics*, in *Atti del XIII Congresso Nazionale di Storia della Fisica* (a cura di A. Rossi), Goliardica Pavese, Lecce 1995, 163-177.

(16) M. Born, *Über Quantenmechanik*, in *Z. Phys.* **26** (1924), pp. 379-396; M. Born, P. Jordan, *Zür Quantenmechanik*, in *Sources of Quantum Mechanics*, op. cit., p. 300, dove la meccanica delle matrici è detta "vera teoria del discontinuo"; si veda anche: M. Beller, *Matrix Theory before Schrödinger - Philosophy, Problems, Consequences*, in *Isis* **74** (1983), pp. 469-491 (alcuni rimandi bibliografici ivi forniti sono imprecisi e si dà un'interpretazione della meccanica delle matrici molto differente da quella qui prospettata); per il problema generale della misurabilità di un numero finito di cifre, si vedano: E. Giannetto, *Il crollo del concetto di spazio-tempo negli sviluppi della fisica quantistica: l'impossibilità di una ricostruzione razionale nomologica del mondo*, in *Aspetti epistemologici dello spazio e del tempo*, a cura di G. Boniolo, Borla, Roma 1987, 169-224 e riferimenti ivi citati; E. Giannetto, *Max Born, il caos ed il mito del determinismo meccanicista*, op. cit.

(17) M. Born, *Zur Quantenmechanik der Stossvorgänge*, in *Z. Phys.* **38** (1926), pp. 803-827; M. Born, *Zur Quantenmechanik der Stossvorgänge*, in *Z. Phys.* **37** (1926), pp. 863-867; in M. Beller, *Matrix Theory...*, op. cit., p. 483, si fa notare che la posizione "conciliante" di Born fu all'inizio considerata da Heisenberg un tradimento: questo risulta un'intervista con Born, conservata nell' *Archive for the History of Quantum Physics*, American Physical Society, Philadelphia. Si veda anche: P. Jordan, *Das Bild der modernen Physik*, Stromverlag, Hamburg 1947, tr. it. di F. Dossi e G. M. Prosperi, *L'immagine della fisica moderna*, Feltrinelli, Milano 1964, pp. 42-53. In E. Donini, *Il caso dei quanti*, clup, Milano 1982, pp. 282-283, si sottolinea la posizione di Hilbert - che aveva indicato di ricercare l'equazione differenziale che presentava le matrici come "sottoprodotto" degli autovalori del problema di condizioni al contorno - che non fu ascoltata da Heisenberg, Born e Jordan. In G. Tagliaferri, *Storia della fisica quantistica...*, op. cit., p. 435-436, si evidenzia l'atteggiamento contrario nei confronti della meccanica ondulatoria, oltre che di Heisenberg, dello stesso Born e di Jordan. In effetti, al di là delle varie valutazioni che ne sono state date, Born ha operato una reinterpretazione del formalismo di Schrödinger che ne decostruiva, alla maniera di Wittgenstein per il linguaggio naturale, le ipostatizzazioni ontologiche e metafisiche implicite al livello semantico "usuale" (della interpretazione di Schrödinger), dando alla meccanica ondulatoria, compatibilmente con la sua struttura, quasi lo stesso "contenuto" fisico, lo stesso significato fisico della meccanica delle matrici.

(18) Si veda il lavoro di Born citato alla nota precedente e per la citazione quello di Schrödinger, indicato alla nota (10) (la traduzione italiana è quella fornita in G. Tagliaferri, *Storia della fisica quantistica...*, op. cit., p. 424).

(19) La tesi dell'intraducibilità radicale di due linguaggi è discussa in: W. V. O. Quine, *Ontological Relativity and Other Essays*, Columbia University Press, New York 1969, tr. it. a cura di M. Leonelli, *La relatività ontologica e altri saggi*, Armando, Roma 1986, pp. 59-93; W. V. O. Quine, *World and Object*, Harvard University Press, Cambridge (Mass.) 1960, tr. it. e intr. a cura di F. Mondadori, *Parola e oggetto*, il Saggiatore, Milano 1970, pp. 38-102. Si veda anche: E. Giannetto, *L'epistemologia quantistica come metafora antifondazionistica*, op. cit.

(20) L. Löwenheim, *Über Möglichkeiten im Relativkalkül*, in *Math. Ann.* **76** (1915), p. 447; E. Giannetto, *L'epistemologia quantistica come metafora antifondazionistica*, op. cit.; E. Giannetto, C. Tarsitani & M. Vicentini Missoni, *The Relations between Epistemology, History of Science and Science Teaching from the Point of View of the Research on Mental Representations*, in *Proceedings of the Second International History Philosophy and Science Teaching Conference*, ed. by S. Hills, Kingston 1992, pp. 359-374 e riferimenti ivi citati.

(21) Il problema storico della transizione di linguaggio nella formazione della meccanica quantistica da parte di Heisenberg è stato anche evidenziato in: C. Chevalley, *Complémentarité et langage dans l'interprétation de Copenhague*, in *Revue d'histoire des sciences* **38**, 3/4 (1985), pp. 251-292; S. D'Agostino, *Il principio d'indeterminazione e la transizione dall'ontologia della fisica classica a quella della meccanica quantistica*, in *Rappresentazione e Oggetto - dalla fisica alle altre scienze*, a cura di M. La Forgia e S. Petruccioli, Theoria, Roma 1987, pp. 23-34; S. Petruccioli, *Atomi Metafore Paradossi - Niels Bohr e la costruzione di una nuova fisica*, Theoria, Roma 1988, pp. 181-245; S. Petruccioli, *Modi di dire, analogie imprecise e problemi di traduzione*, in *Immagini Linguaggi Concetti* (a cura di S. Petruccioli), Theoria, Roma 1991, pp. 245-258; A. Plotnitsky, *Complementarity*, Duke University Press, Durham 1994; G. Gembillo, *Werner*

Heisenberg - *La filosofia di un fisico*, Giannini, Napoli 1987; S. Boffi, *Il postulato dei quanti e il significato della funzione d'onda*, Bibliopolis, Napoli 1996.

(22) L. D. Landau & E. M. Lifshitz, *Meccanica Quantistica*, op. cit., pp. 50-63; E. Giannetto, *Il crollo del concetto di spazio-tempo negli sviluppi della fisica quantistica...*, op. cit.; M. Beller, *Matrix Theory before Schrödinger...*, op. cit.

(23) Paradossalmente, riferendosi all'interpretazione statistica della meccanica ondulatoria, da parte di vari autori, si è cercato di "determinare storicamente", in senso economico e socio-politico, il prevalere di tale interpretazione da un lato come il frutto di un globale processo di "razionalizzazione" produttiva e sociale in quanto si è identificato l'abbandono delle precedenti categorie teoretiche ed epistemologiche con una svolta strumentale-pragmatica della fisica, e dall'altro come la conseguenza di un processo di adattamento ideologico agli orientamenti vitalistici e irrazionalistici dell'ambiente tedesco di quegli anni. Si vedano: P. Forman, *Weimar Culture, Causality and Quantum Theory, 1918-1927: Adaptation by German Physicists and Mathematicians to a Hostile Intellectual Environment*, in *Historical Studies in the Physical Sciences* 3 (1971), pp. 1-115; E. Donini, *Il caso dei quanti*, op. cit., pp. 277-322 e riferimenti ivi citati. Dalla prospettiva fin qui seguita il quadro risulta completamente diverso: attraverso la mera ed estrinseca adozione dell'interpretazione statistica, a livello linguistico-strutturale profondo è prevalsa la meccanica ondulatoria con tutti i suoi vecchi schemi teoretici classici, assorbendo e neutralizzando l'effettiva "rivoluzione" concettuale della meccanica delle matrici nelle maglie della sua strumentale pragmatica di calcolo differenziale classico; è stata questa la reale restaurazione all'interno di un processo di "razionalizzazione" globale, di reificazione e di dominio della natura, che ha proprio nelle categorie e negli schemi strutturali della fisica classica i suoi presupposti ideologici, quelli propri della "forma di vita occidentale moderna".

(24) D. Finkelstein, *Matter, Space and Logic*, in *Boston Studies in the Philosophy of Science* 5 (1969), p. 199; M. Jammer, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, Wiley, New York 1974, pp. 340-416; E. Giannetto, *On Truth: A Physical Inquiry*, op. cit.; E. Giannetto, *La logica quantistica tra fondamenti della matematica e della fisica*, in *Proceedings of the Conference on 'Foundations of Mathematics & Physics'. Perugia 1989*, U. Bartocci & J. P. Wesley (eds.), B. Wesley, Blumberg 1990, 107-127; E. Giannetto, *The Epistemological and Physical Importance of Gödel's Theorems*, in *First International Symposium on Gödel's Theorems*, ed. by Z. W. Wolkowski, World Scientific, Singapore 1993, pp. 136-147.

(25) E. Giannetto, *Heidegger and the Question of Physics*, op. cit.; E. Giannetto & G. Bonera, *Scienza, Cristianesimo e Incanto del Mondo. Per un'interpretazione del 'Tractatus de sex dierum operibus' di Teodorico di Chartres*, op. cit.; W. Heisenberg, *Naturwissenschaftliche und religiöse Wahrheit*, in W. Heisenberg, *Gesammelte Werke*, Herausgegeben von W. Blum, H.-P. Dürr und H. Rechenberg, Piper, München 1985, C bd. III, pp. 422-439, tr. it. di C. Staiti, *Verità scientifica e verità religiosa*, in W. Heisenberg, *Lo sfondo filosofico della fisica moderna*, a cura di G. Gembillo e E. Giannetto, Sellerio, Palermo 1998, in corso di stampa.