

Anna Maria Lombardi

SUL MOVIMENTO LUMINOSO: UN ARTICOLO DEL 1886

Introduzione.

In queste pagine vorrei mostrare come alcune domande tipiche della Meccanica Quantistica nascano già nel 1886, nel tentativo di descrivere la struttura della "luce bianca", ovvero della radiazione non monocromatica. Il problema di trovare una efficace rappresentazione per quella che oggi chiameremmo radiazione di "rumore bianco", ovvero una radiazione in cui siano rappresentate con eguale intensità tutte le lunghezze d'onda, e all'epoca detto "problema della luce bianca", mise la comunità scientifica di fine secolo di fronte ad alcuni limiti delle teorie cosiddette classiche, spronandola allo stesso tempo ad immaginare nuove soluzioni.

Cercherò perciò di offrire una corretta definizione di "problema della luce bianca", con lo scopo di aggiungere un punto di riferimento per la storia della nascita della Meccanica Quantistica.

Il problema della luce bianca nasce nel 1886, in quell'ambito della fisica che cerca di estrarre informazioni sulla natura della radiazione incidente su un apparecchio analizzatore, quale un reticolo o un prisma, a partire dalle figure di interferenza rilevabili sullo schermo. Diventerà presto un problema diffuso nella comunità scientifica di quegli anni, e ad esso saranno dedicati contributi di scienziati quali A. Righi, M. W. Michelson, A. Schuster, H. Poincaré, G. Stokes, A. Battelli, J.J. Thomson, E. Carvallo, A. Garbasso, C. Fabry, O. M. Corbino, M. Planck, J. S. Ames, J. Larmor.

In questa relazione verranno analizzati due lavori apparsi quasi contemporaneamente: l'articolo del 1886 scritto da J.G. Gouy sul *Journal de Physique* e un paragrafo della voce "Wave Theory" sulla settima edizione dell'*Encyclopedia Britannica* del 1887, di cui è autore Lord Rayleigh. In effetti il lavoro di Rayleigh appare l'anno successivo, ma sembra plausibile, per il fatto che i tempi di pubblicazione di un'enciclopedia sono necessariamente molto più lunghi di quelli di un articolo, che Rayleigh sia giunto in maniera completamente autonoma alle identiche conclusioni di Gouy, come lo stesso Rayleigh affermerà in seguito. Infatti Rayleigh riconosce la priorità di Gouy, ma allo stesso tempo sostiene di non essere stato a conoscenza del suo articolo nel momento in cui metteva per iscritto praticamente, come vedremo, le stesse riflessioni.

Personalmente ritengo che si possa credere alla contemporaneità dei due lavori; il fatto che i due scienziati siano arrivati assieme a conclusioni tanto simili dà un po' la sensazione che "fosse giunto il momento" perché tali osservazioni fossero espresse.

Il punto cruciale, che entrambi gli scienziati mettono a fuoco, consiste nel fatto che, mentre nel caso di una radiazione monocromatica l'analisi spettrale permette di stabilire se la radiazione incidente sia "omogenea" o meno, con luce bianca lo spettro non fornisce alcuna informazione in questo senso.

Alla fine dello scorso secolo le figure di interferenza venivano utilizzate per avere informazioni sulla struttura della radiazione incidente. Se (e solo se) il raggio era veramente costituito da quelle onde regolari periodiche con cui lo si rappresentava matematicamente, esso dava origine, una volta fatto interagire con una opportuna apparecchiatura ottica, a delle nitide figure di interferenza; in questo caso si parlava di "radiazione omogenea".¹

¹ "Quando nel movimento luminoso ciascuna particella d'etere oscilla esattamente nel medesimo tempo e colla stessa velocità su una nuova traiettoria, la luce è detta *semplice, monocromatica ed omogenea*." (Murani, 1898).

Il ragionamento, dimostrato valido secondo la teoria ondulatoria della luce per un ipotetico raggio monocromatico, veniva poi esteso al caso di luce non monocromatica, visto che, se questa veniva successivamente fatta passare attraverso un prisma, si dimostrava in pratica formata da una "sovrapposizione" di raggi monocromatici.

Rayleigh e Gouy (nei due lavori che tratterò in questo capitolo) si rendono conto che la situazione è più complessa e che in realtà nulla si può dire, a partire dalle figure di interferenza spettrali, sulla struttura di un raggio di luce bianca.

L'esatta definizione di cosa essi intendano con luce bianca verrà data solo successivamente (nel 1889) dallo stesso Rayleigh²: come si è già detto, in pratica tutte le frequenze sono egualmente rappresentate, ovvero hanno la stessa intensità.

La scoperta che nulla si può dire sulla struttura della radiazione incidente (e, successivamente, il riconoscimento dell'esatta equivalenza tra le descrizioni di una infinita sovrapposizione di onde regolari e di un'infinita successione random di impulsi) è senza dubbio un passo fondamentale verso la teoria dei quanti.

In queste pagine verrà dapprima presentata un'ampia analisi del punto critico del problema fisico a cui i due lavori si riferiscono; in seguito verranno sottolineati da un lato il metodo seguito per studiare un fenomeno fisico reale, fino a questi anni dato per scontato e ora messo in discussione, e dall'altro alcuni spunti di discussione, che emergono in questi articoli e che risulteranno poi rilevanti in Meccanica Quantistica.

1. Il punto critico.

Nel 1886 esce sulle pagine del Journal de Physique un articolo di J. G. Gouy, intitolato *Sur le mouvement lumineux*.

In quelle pagine Gouy si pone il problema di descrivere matematicamente l'interferenza tra raggi non monocromatici che incidono sullo schermo M.

Se esiste un completo sistema teorico atto allo studio di fenomeni caratterizzati da una velocità vibratoria v :

$$v = a \sin 2 \frac{t}{\tau} + b ,$$

nella realtà non ho mai a che fare con fenomeni tanto regolari.

Questa equazione definirebbe una successione *entièrement illimitée* di vibrazioni di *régularité absolue*, di periodo τ .

In realtà si richiedono quindi due tipi di idealizzazioni: una infinita durata nel tempo e una assoluta regolarità della vibrazione. Ma nessun sistema reale può essere tanto regolare per un tempo infinito; in particolare Gouy propone due classi di fonti di "deregolarizzazione", considerando in una le cause legate alla sorgente, nell'altra quelle legate alla propagazione e/o all'analisi sperimentale:

1. da una parte è difficile pensare che il prodotto di una sorgente reale (in questi anni comunemente descritta dalla Termodinamica come un'accozzaglia di particelle incandescenti, ciascuna delle quali possiede un moto diverso dall'altra) sia una successione di onde tanto regolari. Inoltre la sorgente verrà accesa, spenta, o comunque, a mano a mano che essa emette, avverranno in essa delle continue piccole trasformazioni delle condizioni interne;

2. d'altra parte la radiazione, una volta emessa, difficilmente viaggerà in uno spazio ideale, ma al contrario incontrerà ostacoli: al limite, piccole variazioni locali di indice di rifrazione.

²(Rayleigh, 1889).

Gouy decide di supporre quindi ignoto il movimento incidente e di considerare il suo sviluppo secondo Fourier (per semplicità immagina dei raggi linearmente polarizzati).

Sottolineo che in questa fase non ci si pone alcuna questione riguardo alla correttezza dell'uso di tale sviluppo.

Innanzitutto vengono riprese le formule generali dell'analisi di Fourier, per cui, data una qualunque funzione incidente, *non necessariamente periodica*, $v = f(t)$, in un certo intervallo di tempo $t \in [0, 2T]$ si può scrivere:

$$f(t) = Q + \underbrace{\frac{1}{T} \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \sin \frac{n t}{T} + B_n \cos \frac{n t}{T}}_{F(t)}$$

con:

$$Q = \frac{1}{2T} \int_0^{2T} f(t) dt$$

$$A_n = \frac{1}{T} \int_0^{2T} f(t) \sin \frac{n t}{T} dt$$

$$B_n = \frac{1}{T} \int_0^{2T} f(t) \cos \frac{n t}{T} dt$$

Ora, poiché $Q \sim 1/T$, se $T \rightarrow \infty$ allora $Q \rightarrow 0$, quindi questo termine è trascurabile.

Il fatto che va evidenziato a questo punto è che, mentre $f(t)$ è una funzione del tutto generale, $F(t)$ - definita sopra come la parte residua di $f(t)$ una volta trascurato Q - è una funzione periodica di periodo $2T$, anche se in realtà il tempo che la funzione impiega a tornare in un punto corrispondente tende, come abbiamo visto, ad infinito.

Se pongo $\omega_n = 2\pi/T$, scrivo:

$$F(t) = \sum_{n=1}^{+\infty} v_n \left(A_n \sin \frac{\omega_n t}{2} + B_n \cos \frac{\omega_n t}{2} \right)$$

Questo per quanto riguarda il movimento incidente; in un generico punto avrò, al posto di v_n , che si riferisce all'istante iniziale, un v'_n che dipende dal tempo:

$$v'_n = \left(\frac{v_n}{\omega_n} \right) A_n \sin \frac{\omega_n t}{2} + v_n + B_n \cos \frac{\omega_n t}{2} + v_n$$

dove sia (v_n) , che è il rapporto tra le ampiezze iniziali e finali, sia v_n sono calcolabili dalla teoria ondulatoria.

Viene introdotta l'intensità, definita come:

$$I = \frac{1}{2T} \int_0^{2T} v'^2 dt$$

In particolare Gouy sceglie di considerare una "luce costante" (approssimazione che, come vedremo nel prossimo capitolo, gli sarà poi fonte di critiche). In tal caso per le intensità vale una semplice relazione lineare:

$$I = \sum_{n=1}^{\infty} I_n$$

in quanto si crea una sorta di $\delta_{n,n'}$ che distrugge i termini rettangolari, cioè con indici differenti.

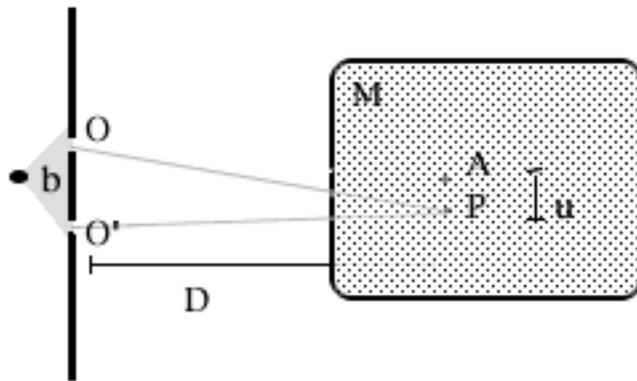
Si arriva quindi al punto centrale dell'articolo, in cui si spiega perché le frange di interferenza non siano significative al fine di riconoscere la struttura del raggio incidente.

1.1 Analisi spettrale

Per essere più chiari ho scelto di integrare l'esposizione fatta da Gouy con alcuni passaggi presi dall'articolo di Rayleigh e con altri da me ricostruiti.

Tutto ciò non avrebbe minimamente alterato l'impressione ricevuta da un lettore contemporaneo a Gouy, ma, purtroppo, oggi alcuni dettagli non sono più così scontati.

Si consideri la radiazione, emessa da una sorgente S, la quale arriva su uno schermo M dopo avere attraversato le due fenditure O e O'.



La differenza di cammino ottico per i fasci che attraversano le due fenditure è:

$$\overline{OP} - \overline{O'P} = \sqrt{D^2 + \left(u + \frac{1}{2}b\right)^2} - \sqrt{D^2 + \left(u - \frac{1}{2}b\right)^2} \approx \frac{ub}{D}$$

dove $b := \overline{OO'}$ e $u := \overline{AP}$.

Come abbiamo già detto, il raggio non è mai perfettamente puro, ma è una miscela di radiazioni con lunghezze d'onda comprese tra λ_0 e $\lambda_0 + \Delta\lambda$; avremo così che in P, dove ad un certo istante arriva in TEORIA la componente con periodo λ_0 , in PRATICA ricevo tutte le componenti con periodo $\lambda_0 \pm \Delta\lambda$, ovvero ricevo un fascio di radiazioni con periodi compresi in un intorno di quello determinato dalla teoria dell'ottica geometrica.

Nel caso in cui il minimo di una certa radiazione si sovrapponga al massimo di un'altra non sarò in grado di osservare una figura di interferenza sullo schermo, così che al contrario, se vedo le frange, sarò certa che minimi e massimi non si sovrappongono, ovvero avrò una maggiorazione su λ_0 e quindi un'informazione sulla "omogeneità" della radiazione.

Scrivo le posizioni di massimi e minimi per una generica per ciascun determinato ordine n° avrò:

$$u_{\max}(n^\circ) = \frac{n^\circ D}{b}$$

$$u_{\min}(n^\circ) = \frac{(n^\circ + 1/2) D}{b}$$

Come abbiamo detto, se il minimo dell'onda con θ_0 cade nel massimo di quella con $\theta_0 + \Delta\theta$, non potrò più osservare la figura di interferenza sullo schermo, e dirò che la radiazione è non omogenea.

In questo caso vale:

$$\frac{(n^\circ + 1/2) D}{b} = \frac{n^\circ (\theta_0 + \Delta\theta) D}{b}$$

l'esistenza di una figura spettrale implica quindi:

$$\Delta\theta < \frac{1}{2} \frac{\lambda}{n^\circ}$$

1.1.1 Nota bene.

Considero le armoniche di cui è costituito un raggio "omogeneo", ovvero tale da permettere l'osservazione di frange di interferenza:

$$n = \frac{2T}{\lambda} \quad \theta_0 - \Delta\theta < \frac{2T}{\lambda} < \theta_0 + \Delta\theta \quad \frac{2T}{\lambda_0 + \Delta\lambda} < n < \frac{2T}{\lambda_0 - \Delta\lambda}$$

Quindi n è molto grande.

Tuttavia si può sottolineare come negli articoli in esame sia descritta una sovrapposizione **discreta**, cioè sia considerato un numero finito di onde semplici:

$$n_{\max} - n_{\min} = 2T \frac{2}{(\lambda_0)^2 - \lambda^2}$$

1.2 Interferenza e regolarità del movimento luminoso

Tenendo presente lo schema precedente posso quindi spiegare il fenomeno dell'interferenza. Sono possibili due casi:

a. luce incidente omogenea

Solo se $n_{\max} - n_{\min} < 1/2$ ho frange visibili; quindi, se vedo le frange, posso stabilire l'ampiezza dell'intervallo in cui varia la lunghezza d'onda della radiazione incidente e posso così dare una definizione di "radiazione omogenea".

Con le parole di Gouy:

"Il existe une relation nécessaire entre le degré d'homogénéité de la lumière, tel qu'on le détermine au spectroscope; et la visibilité des franges d'interférences dans telle condition donnée, sans qu'il soit nécessaire de faire d'hypothèse sur la régularité du mouvement."

Come abbiamo già detto è l'irregolarità della luce iniziale che si manifesta nell'allargamento dell'immagine dopo l'analizzatore; come pure eventuali perturbazioni, prodotte da interazioni tra radiazione e ambiente successive all'emissione.

b. luce bianca

Se ho a che fare con radiazione non monocromatica posso egualmente ottenere delle figure spettrali, con un opportuno apparato sperimentale.

Per esempio posso utilizzare il fenomeno della rifrazione, come in figura 2.

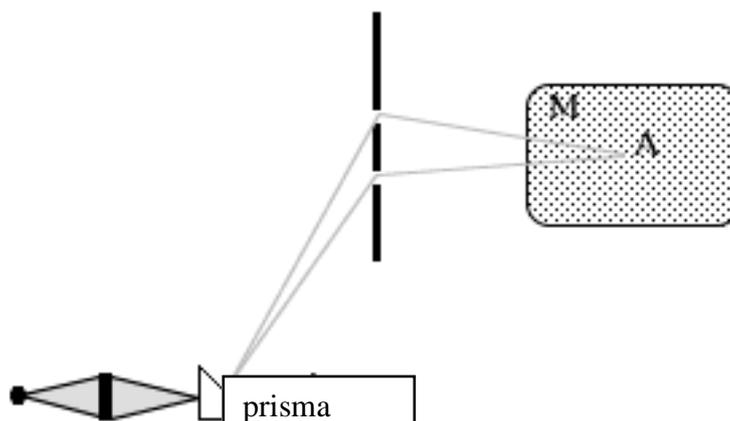


Fig.2: Con l'aiuto di un prisma posso ottenere frange di interferenza anche da un fascio originariamente composto di luce bianca. Basterà porre il reticolo ad un certo angolo e a sufficiente distanza, così che venga raggiunto solo da un fascio d'onde quasi monocromatico.

Se l'apparecchio analizzatore riesce a separare con sufficiente precisione le diverse componenti, allora, se utilizzo un fascio ad un certo angolo, posso riprodurre l'esperimento del caso precedente.

Ma posso solo dire se questo singolo fascio è stato reso omogeneo dalla operazione di analisi, mentre non so dire nulla sulla luce incidente.

La visione o meno delle frange non dipende più' dal raggio incidente, ma dall'apparecchio analizzatore, in quanto la differenza di fase tra le onde che raggiungono un determinato punto dello spettro è dovuta unicamente alla risoluzione dello strumento analizzatore.

Vale la pena di riportare in particolare le frasi sia di Gouy sia di Rayleigh, che esplicitamente mostrano l'identità delle conclusioni a cui i due scienziati sono giunti:

*"The number of bands observable is limited solely by the resolving power of the spectroscope, and proves nothing with respect to the regularity, or otherwise, of the vibration of the original light"*³

*"L'existence de franges d'interférences...n'implique nullement la régularité du mouvement lumineux incident. Cette régularité existe dans le spectre, mais c'est l'appareil spectral qui la produit, en séparant... les divers mouvements simples qui, jusque-là, n'avaient qu'une existence purement analytique."*⁴

³(Rayleigh, 1888).

⁴(Gouy, 1886).

Gouy si spinge ancora più in là, arrivando ad immaginare che:

“Per considerare un caso estremo, a titolo di esempio, si può considerare la luce bianca come formata da una successione di impulsi del tutto irregolari...”

Questa “successione di impulsi” appare qui come la proposta più lontana dal senso comune: è come se Gouy affermasse che “un uso *scriteriato* dello sviluppo di Fourier ci permette di dire tutto e il contrario di tutto, per cui anche la struttura più assurda andrebbe bene come modello per la luce bianca”.

Il fenomeno strano è che da ora in poi questo articolo verrà citato come quello in cui Gouy propone invece tale struttura come una valida alternativa al pacchetto d'onda.

Una possibilità è che Gouy avesse in mente questa idea ma non avesse qui ancora osato proporla in maniera ufficiale alla comunità scientifica.

Supposizioni a parte, d'ora in poi con *ipotesi di Gouy* si denoterà l'ipotesi che la luce prodotta da sorgente reale sia formata non da sovrapposizione di onde monocromatiche, bensì da una rapida successione di impulsi governata da leggi di tipo termodinamico.

Questa struttura della luce era più facile da spiegarsi come il prodotto di una sorgente, a quel tempo appunto rappresentata come un insieme di molecole descritte dalla termodinamica.

Avremo quindi due diverse descrizioni della luce bianca, una che la vede come il prodotto della sorgente, una che la vede come causa dei fenomeni ottici.

Inoltre si allontana la pratica di considerare raggi monocromatici ideali, in quanto si considerano sia l'irregolarità della luce iniziale, sia eventuali perturbazioni prodotte da interazioni tra radiazione e ambiente, successive all'emissione; questa deviazione dalla purezza si manifesta nell'allargamento dell'immagine dopo l'analizzatore.

2. Il metodo.

Un altro punto che vale la pena sottolineare è come il *problema della luce bianca* divenga il banco di prova per quello che era in quegli anni il procedimento standard per studiare un processo reale.

L'impulso reale veniva considerato, applicando il teorema di Fourier, come la somma di semplici processi, ciascuno dei quali era efficacemente descritto dalle teorie fisiche allora a disposizione. La teoria permetteva di ottenere previsioni per ciascuna delle componenti semplici; applicando infine il principio di linearità si poteva quindi fornire una previsione anche per il processo complesso, ovvero reale.

Il passaggio che sembra ora non così banalmente lecito è quello, come si vede schematicamente in figura 3, che permette di applicare la scomposizione di Fourier a *qualunque* impulso iniziale. In quegli anni ci si pone proprio il problema di individuare la classe di funzioni a cui è possibile applicare Fourier⁵, e in particolare nel caso della radiazione reale sorge il dubbio che il suo essere costituita da una infinità di discontinuità renda impossibile la “normale” trattazione analitica (cioè, come dirà il Carvallo, “la formula di Fourier non è applicabile ad un insieme così confuso e pieno di discontinuità di ogni genere qual è quello delle vibrazioni della sorgente”⁶)

IMPULSO REALE ➔ TEOREMA DI FOURIER ➔ FISICA ➔ PRINCIPIO DI LINEARITÀ ➔ PREVISIONI

⁵ Si veda per esempio l'articolo di rassegna (Wilson, 1898), anche se per molto tempo ci si dovrà accontentare di semplici condizioni di sufficienza (ovvero di una classe di funzioni troppo piccola); Hilbert, con l'introduzione dello spazio L^2 , risolverà esattamente il problema nel 1900.

⁶ (Carvallo, 1901).

3. Un punto di partenza.

Il problema esposto da Gouy e Rayleigh non rimane ignorato dalla comunità scientifica, ma anzi può essere visto come un gradino fondamentale nello sviluppo delle teorie fisiche. Infatti esso scatena passionali e promettenti reazioni, di cui, con un anacronistico spirito moderno, vengono qui anticipate le prospettive principali, ovvero quelle che sembrano più promettenti viste da un fisico di oggi.

1. Si insinua una rinuncia alla “piena conoscenza dell'informazione”. Esplicitamente:

- Non posso conoscere l'ampiezza risultante dalla sovrapposizione di n (grande) onde di diversa ampiezza, se non statisticamente. E non posso misurarla. Posso misurarne solo il valor medio (ancora in senso epistemico).⁷

- Non posso decidere quale struttura abbia una radiazione non monocromatica, almeno non dalle figure di interferenza che questa produce. Si crea perciò un “buco di conoscenza” sul raggio, dalla sua emissione alla sua analisi e rivelazione.⁸

- Non posso decidere se ho a che fare con una sovrapposizione di onde monocromatiche o una rapida successione di granuli di luce.⁹

2. Si comincia a guardare in maniera sospetta lo strumento analizzatore. Come se in esso condensassi tutte le contraddizioni che mi impongono di cambiare la descrizione matematica del mio sistema da prima che il raggio entri in tale strumento, a dopo.¹⁰

3. Lo studio della radiazione, inizialmente attento alla matematica dell'etere e dei processi di propagazione, è sempre più interessato alla matematica della sorgente e dei meccanismi di produzione della radiazione; viene sentita sempre più come urgente la necessità di elaborare una teoria che permetta una unica rappresentazione della radiazione, dalla sua emissione alla sua analisi, unificando così la trattazione della sorgente a quella dell'apparato ottico, ovvero la Termodinamica all'Ottica e all'Elettromagnetismo.

5. E' nato un “problema”.

Ho fin qui cercato di offrire una definizione di quello che era il “problema della luce bianca” alla fine del secolo scorso. Prima di terminare penso sia importante rilevare come questo problema si sia poi diffuso all'interno della comunità scientifica, andandosi ad intrecciare con altri temi di ricerca più noti. Ho finora raccolto una quarantina di articoli legati a questo dibattito, i quali, prendendo spunto dalle riflessioni di G. Gouy e Lord Rayleigh, cercano di portare nuovi contributi ai dibattiti sulla natura dei raggi Roentgen o sullo spettro del corpo nero. Per quanto riguarda la radiazione X, essa infatti sembra un soggetto privilegiato, agli occhi dei fisici di inizio secolo, per dirimere la questione sulla

⁷ (Rayleigh, 1881).

⁸ (Gouy, 1886).

⁹ (Schuster, 1894).

¹⁰ (Rayleigh, 1905), (Larmor, 1905).

natura della radiazione; quando poi il fisico avrà individuato quella che gli pare una buona rappresentazione analitica di tale struttura, potrà integrarla e confrontarla con i dati sperimentali a sua disposizione, ovvero con gli spettri solari e con quelli, ottenuti in laboratorio, di corpo nero. Il problema della luce bianca risulta così un importante tassello per lo sviluppo della fisica teorica che, tra la fine dell'Ottocento e l'inizio del Novecento, si sta approntando ad elaborare la nuova teoria della Meccanica Quantistica.

Bibliografia

Carvalho, E. (1900a). "Sur la nature de la lumière blanche" *Comptes Rendus*, 1900, **130**: 79-82.

Carvalho, E. (1900b). "Sur la constitution de la lumière blanche" *Comptes Rendus*, 1900, **130**: 401-403.

Gouy, G. J. (1886). "Sur le mouvement lumineux" *Journal de Physique*, 1886, 2^e s., **5**: 354-362.

Larmor, J. (1905). "On the constitution of the natural radiation" *Philosophical Magazine*, 1905, 6^e s., **10**: 574-584.

Murani, O. (1898). *Luce e Raggi Roentgen*. (Milano: Hoepli, 1898).

Rayleigh, Lord (1881). "The velocity of light." *Nature*, 1881, **24**: 52.

Rayleigh, Lord (1888). "Wave Theory of Light." sta in *Enciclopedia Britannica*, 1888, **7**: 424-459.

Rayleigh, Lord (1889). "Complete radiation..." *Philosophical Magazine*, 1889, 5^e s., **27**: 460-469.

Rayleigh, Lord (1905). "The origin of the prismatic colours". *Philosophical Magazine*, 1905, 6^e s., **10**: 401-407.

Schuster, A. (1894). "On Interference Phenomena" *Philosophical Magazine*, 1894, 5^e s., **37**: 509-545.

Williams, W. (1896). "On the convergency of Fourier's series." *Philosophical Magazine*, 1896, 5^e s., **42**: 125-148.