

### 1. Introduzione

Lo sviluppo della spettroscopia atomica e il problema della sua interpretazione in genere vengono studiati in collegamento alla nascita della teoria semi-classica di Bohr oppure agli sviluppi della vecchia meccanica quantistica. E' noto, infatti, come ad esempio il "principio di esclusione" di Pauli oppure il concetto di spin dell'elettrone siano nati da problemi sollevati dalla struttura a multipletti degli spettri atomici e dal loro comportamento in campo magnetico <sup>(1)</sup>.

In questo lavoro abbiamo voluto completare questo quadro, andando a studiare in che modo il problema dell'interpretazione degli spettri atomici e' stato affrontato nell'ambito della fisica classica e quali conseguenze ha avuto nello sviluppo delle ipotesi quantistiche. Ovviamente la nostra e' una storia perdente, nel senso che tutte le interpretazioni proposte in ambito classico sono state ben presto abbandonate per lasciare posto a interpretazioni fondate sulle ipotesi quantistiche. Cio' nonostante, questo tipo di analisi, proprio mostrando tutte le possibili vie intraprese e le difficoltà incontrate, riesce a darci informazioni su quello che e' stato lo sviluppo complessivo della fisica in una sua particolare fase.

### 2. Prima dell'"elettrone"

Si può dire che intorno al 1870 la spettroscopia atomica, mentre da un lato aveva raggiunto due risultati importanti, dall'altro lato si trovava di fronte ad un grosso problema. I due risultati riguardavano il fatto che gli spettri a righe dovevano essere attribuiti agli atomi e che lo spettro a righe rappresentava il "linguaggio dell'atomo", unico e caratteristico per ogni specie chimica, "lo stesso sulla terra e sulle stelle piu' lontane" <sup>(2)</sup>. Il problema riguardava invece il capire l'origine degli spettri a righe. Per risolvere questo problema, inizialmente la via seguita fu quella di attribuire all'atomo, inteso come "elemento ultimo", particolari proprietà e da queste derivare un'interpretazione per gli spettri. Comunque la soluzione proposta fino al 1885 <sup>(3)</sup>, quando cioe' incominciò a essere scoperta una prima legge spettrale, era una soluzione libera, ossia "non vincolata" da alcun schema teorico se non le leggi classiche della meccanica e dell'elettromagnetismo.

Senza entrare nello specifico dei vari modelli interpretativi avanzati, ricordiamo che con l'adozione della teoria "meccanica della luce" e con la conseguente ipotesi dell'"etere luminifero", i tipi di spiegazione, erano essenzialmente due. C'era chi, come Lecoq De Buisbrand, Mascart e Soret, attribuiva l'origine degli spettri all'atomo, inteso come un tutt'uno, in grado di oscillare con un periodo fondamentale di vibrazione e con le armoniche successive; c'era invece chi, come Stoney, ipotizzava la presenza all'interno dell'atomo di "moti periodici", sviluppabili in serie di Fourier, e riteneva questi moti i responsabili dell'origine degli spettri. In entrambi i casi le relazioni previste tra le lunghezze d'onda delle righe spettrali erano di tipo armonico <sup>(4)</sup>.

Comunque tra il 1880 e il 1885 ci si accorse che questo tipo di spiegazione non funzionava. Da un lato, con l'accettazione della teoria elettromagnetica della luce, gli spettri dovevano essere considerati di origine elettromagnetica e quindi le oscillazioni di tipo meccanico, di cui si è detto, dovevano essere sostituite con oscillazioni di tipo elettrico. Dall'altro lato, con la scoperta della legge di Balmer per l'idrogeno<sup>(5)</sup> (1885) e con la successiva scoperta della legge generale di Rydberg<sup>(6)</sup> (1890) le relazioni tra le varie righe spettrali risultavano più complesse di quelle di semplici rapporti armonici.

Come è noto, infatti, la formula spettrale trovata da Rydberg, e valida per tutti i tipi di serie spettrali (a quel tempo erano note solo la Sharp, la Diffuse e la Fundamental) e per tutti gli elementi chimici su cui si era sperimentato prevedeva una dipendenza delle frequenze ( $n$ ) da numeri interi ( $m$ ) al quadrato, ossia:

---

<sup>1</sup> Dipartimento di Fisica, Università di Genova

$$= \frac{N_0}{(1+k)^2} - \frac{N_0}{(m+\mu)^2} \quad [1]$$

dove il primo termine rappresentava il limite della serie,  $N_0$  una costante universale e  $k$  e  $m$  delle costanti peculiari della serie e dell'elemento.

La prima spiegazione di tipo elettromagnetico avanzata per spiegare l'origine degli spettri è quella di Stoney, apparsa nel 1891 sulle *Scientific Transactions of the Royal Dublin Society* <sup>(7)</sup>. Essa consisteva nell'identificare quei "moti interni", in precedenza individuati all'interno dell'atomo e riconosciuti responsabili dell'emissione spettrale, con "moti di cariche".

Questo tipo di spiegazione comunque si precisò ulteriormente e si rafforzò nel 1897 con la scoperta del così detto "effetto Zeeman" <sup>(8)</sup> e con la scoperta quasi simultanea dell'elettrone, ossia di un primo costituente atomico di carica negativa <sup>(9)</sup>. In particolare il fatto che le righe spettrali si modificavano in presenza di un campo magnetico secondo determinate configurazioni e con determinate polarità veniva interpretato con il fatto che il campo magnetico modificava il moto della particella carica che era all'origine degli spettri e che questa particella era carica negativamente (l'elettrone).

Con questa conferma sperimentale che l'origine degli spettri era dovuta a cariche negative interne all'atomo, il problema di trovare un'interpretazione delle leggi che governavano gli spettri si andò ad intrecciare con quello di capire la costituzione interna dell'atomo. Quest'ultimo problema era tutt'altro che facile, se si pensa che fino ad allora si era individuato in sede sperimentale soltanto un costituente atomico di carica negativa. Di conseguenza la configurazione in cui si trovava la carica positiva che necessariamente doveva essere contenuta nell'atomo (in modo da garantirne la neutralità elettrica) poteva soltanto essere ipotizzata, senza poter avere al momento nessun supporto empirico.

## 2. Jeans e il 'raggio dell'elettrone'

Il primo tentativo di interpretare le leggi spettrali sulla base di una ipotesi sulla struttura dell'atomo è quello di Jeans <sup>(10)</sup> del 1901.

Jeans partiva dalle ipotesi che la carica positiva, "per simmetria", fosse rappresentata, da "elettroni positivi", del tutto analoghi a quelli negativi, escluso il segno della carica, che nello stato naturale l'atomo si trovasse in una configurazione di equilibrio statico e che gli spettri fossero dovuti alle oscillazioni degli "elettroni negativi" intorno alla loro configurazione di equilibrio <sup>(11)</sup>.

Ma nello sviluppare queste idee Jeans si trovava subito a rilevare che, considerando l'atomo come un insieme di un ugual numero di cariche puntiformi positive e negative, soggette alle usuali forze elettrostatiche, non esisteva nessuna configurazione estesa di equilibrio stabile. Le cariche sarebbero confluite nello stesso punto annichilandosi a vicenda e per conseguenza si sarebbe ottenuto un atomo senza estensione.

Per superare questa difficoltà Jeans ipotizzava che, per ogni coppia di particelle, fosse presente un potenziale aggiuntivo a quello coulombiano, in modo che il potenziale complessivo risultasse del tipo:

$$P \quad \frac{e'e}{r} + \frac{amm'}{r^2} \quad [2]$$

dove  $m$  e  $m'$ ,  $e$  ed  $e'$  erano le masse e le cariche delle due particelle.

Il termine aggiuntivo dava luogo, quali che fossero i segni delle due cariche, a forze sempre repulsive che a corta distanza risultavano predominanti su quelle coulombiane e che all'infinito si annullavano più rapidamente di queste ultime. La distanza all'equilibrio fra una carica positiva e una negativa sarebbe risultata, in opportune unità di misura, pari al doppio della quantità  $a$ , che Jeans considerava pertanto come il 'raggio' dell'elettrone. (Si noti però che, probabilmente per un errore di stampa, l'espressione del potenziale aggiuntivo non appariva corretta dimensionalmente se la grandezza  $a$  doveva essere considerata una lunghezza; si sarebbe potuto, comunque, ovviare all'inconveniente aggiungendo un fattore con le dimensioni della costante di Newton).

L'ipotesi di forze repulsive a corta distanza permetteva a Jeans di dare per scontata, per ogni dato numero di costituenti atomici, una configurazione di equilibrio stabile ed estesa. In questo modo, per ogni specie chimica, l'atomo nel suo stato naturale risultava individuabile in modo univoco, risultava dotato di stabilita' meccanica e quindi di permanenza, e risultava fornito di una dimensione finita.

Jeans comunque non ricavava le configurazioni possibili per un sistema finito di elettroni positivi e negativi, ma si limitava a cercare una spiegazione qualitativa per gli spettri, partendo dall'ipotesi che ogni "elettrone" oscillasse intorno alla propria posizione di equilibrio con una frequenza propria ben definita. Va osservato al riguardo che secondo questo modo di concepire l'emissione spettrale, la radiazione presente negli spettri veniva vista come il contributo di un gran numero di oscillatori.

Jeans, avvalendosi del fatto che a quel tempo l'atomo era considerato una struttura popolatissima di elettroni (essendo la massa atomica attribuita esclusivamente alla massa degli elettroni) -ad esempio l'atomo di idrogeno doveva contenere circa 2000 elettroni - studiava le possibili oscillazioni di un atomo ideale, in cui il numero di elettroni era infinito.

Egli, a tal fine, supponeva che nell'atomo ideale all'equilibrio gli elettroni positivi e negativi fossero alternativamente disposti su sfere concentriche, la sfera piu' esterna essendo ricoperta da quelli negativi. Di fatto si aveva a che fare con un sistema di dipoli elettrici disposti su superfici sferiche contigue. La disposizione si puo' ritenere come una buona approssimazione di un reticolo cubico semplice con i siti alternativamente occupati dalle cariche positive e negative. Comunque l'analisi che Jeans sviluppava di conseguenza per le possibili oscillazioni attorno la configurazione di equilibrio era un'analisi qualitativa, in cui le frequenze di oscillazione venivano date in forma implicita e per la quale non vi era evidenza che fosse in grado di render conto delle leggi che si sapevano governare gli spettri.

### 3. Un atomo stabile

Come abbiamo rilevato, quello di Jeans era un modello statico in cui la configurazione di equilibrio, una volta raggiunta, conferiva all'atomo la stabilita' meccanica. Per questo modello inoltre non si poneva neppure il secondo dei due grossi problemi relativi alla stabilita' che hanno accompagnato lo sviluppo, nell'ambito della fisica classica, delle possibili interpretazioni degli spettri e cioe' il problema di garantire all'atomo, oltre che la stabilita' meccanica, anche la stabilita' radiativa. Infatti, una volta eccitate, le oscillazioni elettroniche, perdendo energia per irraggiamento, si sarebbero smorzate e gli elettroni sarebbero tornati immobili nella loro posizione di equilibrio, con il che l'atomo si sarebbe semplicemente ritrovato nel suo stato originale.

Ben altrimenti stavano le cose quando si pensava per l'atomo a modelli dinamici, con gli elettroni in moto su orbite stazionarie. Come e' noto, una carica accelerata (ad esempio in moto lungo una circonferenza) in base alle leggi dell'elettromagnetismo classico irraggia e di conseguenza per questa carica singola non esistono orbite stabili. Comunque, come dimostrava Larmor nel 1897 <sup>(12)</sup>, configurazioni con cariche accelerate non implicavano necessariamente una marcata instabilita' di queste strutture, ovvero l'instabilita' radiativa non era un problema insormontabile. Osservava Larmor al riguardo:

"Quando il vettore somma delle accelerazioni di  $n$  elettroni su un'orbita e' costantemente nullo, non vi e' radiazione o ve ne sarà molto poca e pertanto questo moto stazionario sarà permanente."

Questa conclusione si raggiunge utilizzando lo sviluppo in multipoli di una certa distribuzione di cariche. Infatti, se il momento di dipolo elettrico ( $p_e$ ) e' costante o nullo, l'emissione di radiazione all'ordine del dipolo e' nulla, essendo essa rappresentata dalla derivata seconda rispetto al tempo del momento di dipolo ( $p_e$ ), dove  $p_e$  è definito dall'espressione:

$$p_e = \sum_{i=1}^n q_i r_i \quad [3]$$

in cui  $q_i$  rappresenta la carica che fa parte della configurazione del sistema ed  $r_i$  il raggio vettore della carica  $q_i$ . Con questo non e' detto che non vi sia

irraggiamento. L'irraggiamento potrebbe esserci all'ordine del quadrupolo elettrico o a quello del dipolo magnetico. Va comunque osservato che, se ci si limita a richiedere per il sistema dinamico una vita media molto lunga, l'intensità di questi irraggiamenti sono irrilevanti al fine della stabilità, essendo la loro intensità pari a circa  $1/c^2$  dell'irraggiamento all'ordine del dipolo elettrico.

Quindi nell'ipotizzare una certa distribuzione di cariche, per garantirne una qualche stabilità radiativa, bastava cercare di mettersi nelle condizioni appropriate di momento di dipolo nullo. Questo era proprio ciò che cercava di fare Thomson nel 1904 <sup>(13)</sup>, quando proponeva il suo famoso modello. Non a caso questo modello era stato preceduto da un'analisi quantitativa, sviluppata l'anno precedente <sup>(14)</sup>, proprio sull'irraggiamento da parte di un insieme finito di cariche. L'analisi di Thomson era molto puntuale, tanto che in essa venivano trattati anche i termini all'ordine del quadrupolo. Thomson, in particolare, ricavava che la perdita di energia per radiazione al secondo,  $R$ , da parte di  $n$  elettroni in moto uniforme con velocità angolare  $\omega$  lungo una circonferenza di raggio  $a$  era pari a:

$$R = \frac{V}{4} \frac{2e n}{1 2 3 (n-1)}^2 \frac{a n}{2c}^{2n} \frac{2 4 (2n-2)(2n+2)}{1 3 (n-1)} \quad [4]$$

Essa quindi diminuiva all'aumentare del numero  $n$  di elettroni in un anello e al diminuire della velocità  $v = \omega a$ .

La tabella seguente mostra la perdita di energia al secondo ( $R$ ) da parte di un singolo elettrone al variare del numero di elettroni presenti nell'anello. In un caso  $v = (1/10) c$ , nell'altro  $v = (1/100) c$ . Come unità di riferimento è presa la perdita di energia nel caso di un anello con un solo elettrone.

Number of Particles	Radiation from each particle	
	$a = V/10$	$a = V/10^2$
1	1	1
2	$9.6 \times 10^{-2}$	$9.6 \times 10^{-4}$
3	$4.6 \times 10^{-3}$	$4.6 \times 10^{-7}$
4	$1.7 \times 10^{-1}$	$1.7 \times 10^{-10}$
5	$5.6 \times 10^{-5}$	$5.6 \times 10^{-13}$
6	$1.6 \times 10^{-7}$	$1.6 \times 10^{-17}$

Da questa tabella Thomson poteva immediatamente concludere che la perdita di energia per irraggiamento, all'aumentare di  $n$ , diventava sempre più trascurabile.

Come è noto, Thomson, nel suo modello del 1904 assumeva che la carica positiva fosse distribuita con densità costante in una sfera di raggio pari al raggio atomico e che gli elettroni fossero in moto lungo anelli concentrici e complanari. Non è nostra intenzione entrare nel merito del modello, se non per osservare che esso si mostrava in grado di offrire una soluzione qualitativa ad ogni problema.

Per quanto riguarda la stabilità meccanica (ovvero sul fatto che, a fronte di una piccola perturbazione, gli elettroni avrebbero effettuato piccole oscillazioni attorno alla loro orbita, senza mai allontanarsene indefinitamente) Thomson dimostrava, relativamente ai casi studiati, che se l'anello di elettroni ruotava con una velocità angolare maggiore di una certa velocità "critica" il sistema risultava stabile meccanicamente. Pertanto se si supposeva che la velocità degli elettroni fosse uguale o di poco superiore a quella critica si riusciva ad individuare in modo univoco la configurazione dinamica dell'anello e quindi quella dell'elemento chimico che si voleva rappresentare.

Per quanto riguardava l'origine degli spettri, essa veniva attribuita alle oscillazioni degli elettroni intorno alle loro posizioni di equilibrio dinamico. Poiché queste oscillazioni potevano avvenire sia nel piano dell'orbita, che perpendicolarmente ad esso si ottenevano, in generale, per  $n$  corpuscoli  $3n$

frequenze di oscillazione. Comunque, queste frequenze, come avevano notato sia Rayleigh che Schott, non coincidevano con quelle della radiazione emessa. Infatti per ottenere una tale coincidenza il loro calcolo avrebbe dovuto essere effettuato nel sistema di riferimento rotante con l'anello di elettroni, mentre invece la situazione doveva essere valutata dal punto di vista dell'osservatore fermo. In particolare, bisognava considerare, nel sistema in quiete, il moto risultante dalla combinazione del moto di rotazione originale con quello dovuto alle oscillazioni, valutando sia i termini di dipolo elettrico e quelli degli altri multipoli, sia la loro dipendenza dal tempo. Operando in questo modo, le frequenze della radiazione di dipolo risultavano date ad esempio dalla somma e dalla differenza di quella di rotazione con le frequenze di oscillazione. Per multipoli superiori le combinazioni aumentavano, così che, se si tenevano in conto alcuni multipoli, le frequenze di radiazione possibili aumentavano di gran lunga al di sopra di  $3n$ . Però i multipoli diversi dal dipolo davano origine a intensità praticamente nulle e quindi, anche nell'ipotesi più ottimistica, si sarebbe potuto dire che  $n$  elettroni avrebbero dato luogo al più ad uno spettro di  $6n$  righe rilevabili.

In realtà, come risultava dai calcoli di Schott, non si poteva essere così ottimisti. Va però osservato che in quegli anni, come si è già detto a proposito del modello di Jeans, l'atomo era considerato una struttura popolarissima di elettroni e pertanto il modello proposto presentava tutte le potenzialità per spiegare il grande numero di righe presenti nello spettro di un dato elemento chimico. Diversa invece sarà la situazione dopo il 1906, cioè dopo che lo stesso Thomson <sup>(16)</sup>, attraverso un insieme di misure condotte su tre fenomeni distinti (scattering di raggi X, diffusione di elettroni e dispersione della luce), mostrerà che il numero di elettroni atomici deve essere considerato dell'ordine di grandezza del peso atomico e non maggiore per un fattore  $10^3$ . Thomson comunque, quando nel 1904 proponeva la sua possibile spiegazione per l'origine degli spettri, calcolava le frequenze di oscillazione soltanto nel caso di anelli da due a sei elettroni, senza per altro preoccuparsi di confrontarle con i dati sperimentali.

Un'analisi del grado di affidabilità del modello di Thomson (in versione statica) nell'interpretare gli spettri atomici verrà invece fatta da Rayleigh nel 1906. Proprio perché il numero di elettroni atomici era previsto molto elevato, Rayleigh studiava le possibili frequenze di oscillazione, deducibili dal modello di Thomson, nell'ipotesi che gli elettroni fossero in numero infinito e assimilabili a un fluido irrotazionale. Sotto queste condizioni, all'equilibrio, la densità degli elettroni risultava costante dentro la sfera di carica positiva e uguale alla densità di quest'ultima.

Inizialmente Rayleigh proponeva un modello in cui il fluido negativo veniva considerato compressibile. In quest'ambito, le oscillazioni del fluido, dalle quali avevano origine le righe spettrali, non erano altro che onde di compressione e in quanto tali trattabili come onde sonore. Rifacendosi al suo recente "Theory of Sound", Rayleigh però scopriva che esisteva una sola frequenza di oscillazione, quella che attualmente noi chiamiamo "frequenza di plasma".

Di fronte a questo fallimento, Rayleigh proponeva un secondo modello, in cui il fluido negativo veniva considerato sempre irrotazionale, ma questa volta incompressibile. Mantenendo la densità costante, esso poteva quindi subire deformazioni soltanto alla superficie. Queste deformazioni, nell'ipotesi che fossero piccole, risultavano equivalenti a una distribuzione superficiale di carica, il cui integrale totale era nullo. Sviluppando tale distribuzione in armoniche sferiche, Rayleigh mostrava <sup>(17)</sup> che le equazioni del moto erano soddisfatte da soluzioni oscillanti, che potevano essere considerate come possibili responsabili delle righe spettrali, con una dipendenza della frequenza ( $p$ ) da numeri interi ( $n$ ) secondo la relazione:

$$p^2 = \frac{4}{2n+1} \rho_0 n \quad [5]$$

dove  $n = 1, 2, 3, \dots$  rappresentava la  $n$ -esima funzione sferica,  $\rho_0$  la densità della carica positiva e negativa all'equilibrio,  $g$  una costante tale che  $g\rho_0$  avesse le dimensioni di un tempo.

La relazione [5] per  $n$  diventava:

$$p = 1 - \frac{1}{2n} \quad [6]$$

Anche se, attraverso questa via, Rayleigh era riuscito a ricavare un limite finito per le frequenze, la dipendenza da numeri interi ottenuta non funzionava. Essa infatti era una dipendenza da  $1/n$  e non da  $1/n^2$ , come era invece richiesto dalle leggi spettrali. Di fronte a questo insuccesso, la via che suggeriva Rayleigh, era quella di far riferimento più che alle oscillazioni degli elettroni, alla "loro distribuzione originale". Scriveva Rayleigh:

"Secondo questo punto di vista, le frequenze osservate nello spettro possono non essere frequenze di perturbazione o di oscillazione nel senso comune del termine, ma possono piuttosto formare una parte essenziale della costituzione originale dell'atomo, così com'è determinata da condizioni di stabilità" <sup>(18)</sup>.

#### 4. Un atomo instabile

Se l'interpretazione degli spettri derivata dal modello di Thomson si era mostrata fallimentare, addirittura catastrofica appariva l'interpretazione che veniva fornita da Nagaoka nel 1904 <sup>(19)</sup>.

Si può dire che con questo intervento di Nagaoka nasceva il modello planetario, in cui si ipotizzavano gli elettroni disposti ad anello in moto intorno ad una carica centrale positiva, un modello che durerà per meno di un anno nel suo contesto, ma che comunque tornerà in auge, con Rutherford e Bohr, per quanto riguarda la disposizione a nucleo centrale.

Va osservato che la scarsa credibilità attribuita al modello di Nagaoka non derivava tanto, come in genere si crede, dalla sua instabilità radiativa (le difficoltà per questo modello erano uguali a quelle incontrate dal modello di Thomson) quanto dalla sua instabilità meccanica.

Nagaoka si era ispirato all'analisi che Maxwell aveva fatto riguardo agli anelli di Saturno e in cui ne aveva invero mostrato la stabilità. Ma in questo caso le forze in gioco erano le forze gravitazionali attrattive, mentre nell'anello trattato da Nagaoka le forze in gioco erano le forze repulsive tra gli elettroni, il che conferiva al modello atomico planetario una marcata instabilità, come prontamente rilevato da Schott. Inoltre, mancando il criterio che invece aveva potuto usare Thomson sulla base della distribuzione assunta per la carica positiva, Nagaoka non aveva modo di stabilire alcuna configurazione privilegiata dell'anello. Tuttocio' è evidenziato dalla relazione che egli usava per trattare l'anello, mutuata da Jacobi:

$$\frac{d^2}{dt^2} mR_k^2 = 2T + V \quad [7]$$

dove  $R_k$  rappresentava la distanza del  $k$ -esimo elettrone dal nucleo,  $V$  l'energia potenziale e  $T$  l'energia cinetica. Non potendo stabilire a priori i valori di  $T$  e di  $V$ , tutte le configurazioni diventavano egualmente possibili e quindi non si riusciva a spiegare come mai tutti gli atomi della stessa specie chimica fossero sempre identici tra di loro, ossia avessero sempre la stessa configurazione, e producessero sempre lo stesso spettro.

Di queste difficoltà comunque Nagaoka non si preoccupava, intendendo solo fare una analisi delle possibili emissioni spettrali anche se l'analisi degli spettri che alla fine era in grado di fare risultava soltanto qualitativa, non avendo appunto modo di fissare un raggio orbitale.

Nagaoka, in particolare, attribuiva l'origine delle righe spettrali alle oscillazioni degli elettroni nel piano dell'orbita su cui ruotavano e perpendicolarmente ad esso. In questo modo egli riusciva a ricavare unicamente una dipendenza dell'ampiezza delle oscillazioni dal numero di elettroni contenuti nell'anello. Non a caso il modello di spiegazione proposto da Nagaoka verrà seriamente criticato, come si è detto, da Schott e ben presto abbandonato.

Schott, in una serie di articoli pubblicati tra il 1904 <sup>(20)</sup> e il 1907 <sup>(21)</sup> analizzava a sua volta e in modo più raffinato un anello di elettroni rotanti e sottoposto a una generica forza centrale. La sua idea era, come per Thomson e Nagaoka, che il modello atomico completo fosse poi costituito da una serie di anelli ruotanti e concentrici. Egli apparteneva a quel gruppo di fisici teorici, come

Abraham e Lorentz, che a cavallo del 900 si occupava di sviluppare l'elettrodinamica classica e in particolare si interessava al problema della struttura dell'elettrone.

Si puo' dire che nei tentativi illustrati in precedenza le equazioni di Maxwell erano usate in tutta la loro potenzialita' solo per quanto concerneva il calcolo della radiazione emessa. Per quanto riguardava l' interazione fra le cariche costituenti il modello atomico, ossia per l'aspetto meccanico, si era fatto uso solo di forze elettrostatiche. ( A dire il vero Jeans aveva gia' violato questo approccio convenzionale introducendo, come si e' visto, un potenziale aggiuntivo di origine non elettromagnetica.) Schott attribuiva l'interazione fra elettroni solo a forze elettromagnetiche, ma tenendo conto che i campi si propagavano con velocita' finita, cioe' quella della luce, e usava quindi i potenziali ritardati. Inoltre considerava l'elettrone come esteso, con massa parzialmente di origine elettromagnetica e soggetto alla autoreazione. Supponendo l'anello di elettroni ruotante con velocita' angolare costante, egli calcolava la forza agente su un elettrone, dovuta all'azione ritardata degli altri e alla autoreazione, ottenendo che la sua componente tangenziale non era nulla. In tal caso, contrariamente all'ipotesi di partenza, la velocita' tangenziale non poteva essere costante. Questo inconveniente comunque veniva subito superato supponendo che la massa dell'elettrone fosse variabile nel tempo con una legge semplice del tipo:

$$\frac{dm}{dt} = C \quad [8]$$

Esprimendo la legge di Newton con la derivata prima della quantita' di moto, in luogo del piu' familiare prodotto della massa per l'accelerazione, si poteva di conseguenza soddisfare l'equazione del moto lungo la circonferenza mantenendo la velocita' tangenziale costante. In effetti Schott si trovava con una condizione supplementare da soddisfare, la quale, una volta assegnata la costante con cui variava la massa, fissava la velocita' periferica e di qui' in modo univoco il raggio dell'anello per ogni dato numero di elettroni.

Schott supponeva che la massa elettronica nel tempo per quantita' assai piccole, dell'ordine di meno di un percento all'anno, e in questo modo il risultato che otteneva per le dimensioni atomiche tornava come verosimile. Inoltre la massa elettronica era considerata diminuire nel tempo il che comportava, considerandola di origine elettromagnetica, un aumento del raggio classico dell'elettrone per cui si puo' parlare di "elettroni in espansione.

Schott non si preoccupava della stabilita' meccanica del suo modello, rimandando il problema eventualmente a dopo l'aver esaminato le emissioni spettrali, ma si interessava della stabilita' radiativa ottenendo al riguardo risultati analoghi a quelli di Thomson.

A questo punto Schott passava ad investigare l'origine degli spettri, attraverso un esame dettagliato delle intensita' emesse dai vari anelli, a partire dal calcolo delle oscillazioni degli elettroni intorno alle loro posizioni di equilibrio dinamico. Da questa analisi Schott si accorgeva di un fatto, che era gia' emerso con il modello di Thomson: se si voleva ottenere un numero accettabile di frequenze e quindi di righe spettrali (ad esempio 20 righe) era necessario ipotizzare che nell'atomo vi fossero da 1000 a 2000 elettroni distribuiti tra i vari anelli. Questa ipotesi comunque risultera' plausibile solo fino al 1906, cioe' prima delle misure effettuate da Thomson sul numero di elettroni atomici, ossia prima che venisse stabilito che questo numero doveva essere dell'ordine del numero atomico.

Comunque Schott, nonostante i successi che abbiamo visto non riusciva a derivare la dipendenza delle frequenze da numeri interi al quadrato. Inoltre anche con l'intervento di Schott si riproponeva una questione gia' sollevata da Jeans nel 1901 e da questi ripresa nel 1906: nell'ambito della fisica classica convenzionale, era impossibile, partendo dalle sole grandezze costituenti l'atomo (ossia carica e massa degli elettroni, carica e massa della carica positiva) derivare per questo una quantita' fisica che avesse le dimensioni di una frequenza o di una lunghezza. L'atomo, cioe', doveva contenere qualcosa in piu' rispetto alle grandezze previste dalla fisica tradizionale. Nel caso del modello di Thomson questo qualcosa in piu' era rappresentato dal raggio della sfera positiva, cioe' dallo stesso raggio atomico, per Jeans era il potenziale aggiuntivo che portava a una sorta di "raggio " dell'elettrone. Schott invece, con l'uso dei

potenziali ritardati, aveva fatto intervenire la velocità della luce. Questo di per sé non gli era bastato e aveva dovuto ricorrere al nuovo concetto di elettrone inteso a massa variabile ed esteso. Per Bohr, infine, sette anni più tardi questa grandezza che doveva essere affiancata alle grandezze tipiche dell'atomo sarà la costante "h" di Planck.

### 5. Un nuovo approccio

I tentativi finora visti partivano tutti dall'ipotesi che le righe spettrali fossero dovute alle oscillazioni degli elettroni intorno alle loro configurazioni di equilibrio, statico o dinamico che fosse, e tentavano di ricavare le frequenze di emissione avanzando le più disparate ipotesi sulle possibili distribuzioni delle cariche positive e negative presenti nell'atomo. Solo alla fine, essi si riservavano di confrontare i valori ottenuti con le formule spettroscopiche rilevate empiricamente e così facendo non riuscivano a risolvere alcun problema.

Un approccio completamente diverso veniva invece seguito da Ritz tra il 1903 <sup>(22)</sup> e il 1908 <sup>(23)</sup>, quando affrontava il problema di trovare una spiegazione all'origine degli spettri. Ritz infatti partiva dalla struttura formale delle leggi empiriche che governavano gli spettri e, in base a queste, cercava di individuare una struttura interna all'atomo che le giustificasse.

Più in dettaglio, l'approccio di Ritz si basava su due capisaldi. Il primo riguardava il fatto che in base alle leggi spettrali, ogni frequenza era espressa dalla differenza di due termini, ciascuno dei quali dipendeva dall'inverso di un numero intero al quadrato. Il secondo caposaldo riguardava la consapevolezza che, per ottenere direttamente una espressione della frequenza, e non, come ad esempio nel caso trattato da Rayleigh, la frequenza al quadrato, era necessario ipotizzare la presenza all'interno dell'atomo di forze inerenti alle oscillazioni che fossero proporzionali alla velocità, con il che le equazioni del moto sarebbero state del primo ordine e avrebbero portato a una espressione lineare per la frequenza.

Ritz imponeva allora che una forza magnetica fosse presente all'interno dell'atomo e agisse perpendicolarmente al piano su cui si poteva muovere una particella carica, di massa  $m$  e carica  $e$ . In questo caso la frequenza di Larmor ( ) della particella risultava:

$$= \frac{eH}{mc} \quad [9]$$

dove  $H$  era il valore del campo magnetico. Per far sì che l'espressione [8] portasse ad una formula del tipo ricavato da Rydberg, Ritz doveva intervenire su  $H$ . Egli supponeva quindi che  $H$  fosse dovuto ad un dipolo magnetico (ossia una calamita elementare) finito. In questo caso, infatti, in un punto sull'asse che unisce i due poli, il campo risultava:

$$H = \frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2} \quad [10]$$

dove  $r_1$  e  $r_2$  indicavano la distanza della particella dai due poli. Sostituendo  $H$  nella [9] e imponendo che  $r_1$  e  $r_2$  fossero multipli interi di una lunghezza elementare Ritz riusciva a ricavare le varie serie spettrali, ciascuna in corrispondenza ad una data lunghezza della calamita.

Con questo modo di operare, che ci appare molto simile ad una quantizzazione delle lunghezze, ogni termine spettrale, e quindi ogni riga spettrale, veniva a dipendere da  $r_1$  e  $r_2$ , ossia dal fatto che l'elettrone si trovasse più o meno lontano da un polo o dall'altro della calamita; in altri termini, nell'ambito di questa analisi di Ritz, ogni riga veniva a dipendere da uno stato diverso dell'atomo.

Comunque in base a questo modello non solo potevano essere variati i valori di  $r_1$  e  $r_2$ , e quindi anche la lunghezza della calamita, ma la stessa calamita poteva essere ribaltata. In questo caso nell'espressione delle frequenze avrebbe dovuto esserci un ribaltamento dei termini spettrali con la conseguenza che nello spettro avrebbero dovuto essere presenti sia nuove righe, sia nuove serie, ottenibili appunto nel modo suddetto.

Questa previsione del modello (ora nota come "principio di combinazione di Ritz"), e cioè l'esistenza di nuove serie spettrali, ricavabili da quelle note attraverso una loro opportuna combinazione, veniva immediatamente confermata da Ritz attraverso un'analisi puntuale degli spettri allora disponibili.

Chiaramente il modello interpretativo proposto da Ritz, non ostante il successo riscontrato sia nella derivazione delle leggi spettrali note, sia nella previsione di nuove serie spettrali, era un modello atipico. Sta di fatto che il modello di Ritz, pur essendo nato nell'ambito della fisica classica; apriva la via a considerare la frequenza delle righe spettrali come differenza tra due termini, termini che oltre tutto, attraverso proprio il "principio di combinazione", diventavano interscambiabili e del tutto equivalenti. Ad esempio, la formula di Balmer:

$$= R \frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \quad [11]$$

diventava un caso particolare di una formula generale, valida per l'idrogeno, in cui il termine con al denominatore il valore 2 cessava di avere un ruolo privilegiato, ossia:

$$= R \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \quad [12]$$

con  $m$  ed  $n$  numeri interi positivi.

## 6. Conclusioni

Si può dire che il modello proposto da Ritz abbia rappresentato l'epilogo di quell'insieme di tentativi classici per interpretare gli spettri, nati a seguito della scoperta dell'elettrone. Complessivamente si è trattato di una bella avventura intellettuale in cui lo schema teorico classico è stato sfruttato in tutte le sue potenzialità, mentre parallelamente si stavano sviluppando ed affermando le ipotesi quantistiche.

Nello stesso tempo questi tentativi, nel momento in cui mostravano i limiti e le debolezze della fisica classica nel risolvere il problema dell'emissione spettrale, aprivano automaticamente la strada ad una soluzione di completa rottura con gli schemi tradizionali, quale ad esempio la soluzione proposta da Bohr nel 1913, indicando nello stesso tempo la via da seguire.

Un'altra osservazione che si può fare riguarda i problemi sui quali è fallita la spiegazione convenzionale in termini classici e realistici. Quest'ultima, a differenza di come in genere si pensa, non è caduta perché non è riuscita a costruire un atomo stabile sia meccanicamente che radiativamente ed a individuarlo in modo univoco. Le difficoltà semmai riguardavano il fatto che non si riuscivano ad ottenere formule spettrali conformi all'esperienza. Come si è visto, la spiegazione classica è caduta soprattutto perché, mentre da un lato richiedeva che gli atomi fossero strutture popolate di elettroni (e questo andava contro i dati sperimentali accumulati a partire dal 1906), dall'altro lato, oltre ai parametri convenzionali (massa e carica degli elettroni, massa e carica della parte positiva) doveva fare riferimento a qualche altra grandezza: nel caso del modello di Thomson questa grandezza era rappresentata dal raggio della distribuzione di carica positiva, nel caso del modello di Jeans era il "raggio" dell'elettrone, mentre nel caso del modello di Schott era la massa variabile dell'elettrone, considerato come un corpo esteso.

Di questo limite della fisica classica era cosciente Bohr, quando nel 1913 affrontava il problema di trovare una spiegazione dell'emissione spettrale sulla base di un'ipotesi atomica del tipo suggerito da Nagaoka nel 1904 e ripreso da Rutherford nel 1911 <sup>(24)</sup> La soluzione alla fine proposta da Bohr <sup>(25)</sup>, come è noto, sarà quella di aggiungere accanto ai costituenti dell'atomo di Nagaoka-Rutherford "una grandezza estranea alla fisica classica e cioè la costante  $h$  di Planck", spostando in questo modo l'ambito teorico al cui interno trovare una spiegazione per l'origine degli spettri.

• Il presente lavoro è il frutto di una più ampia collaborazione tra me e il Prof. Bruno Carazza del Dipartimento di Fisica dell'Università di Parma.

(1) Si veda ad esempio: J.Mehra, H.Rechenberg, *The Historical Development of Quantum Theory*, vol 1, Springer-Verlag (1982).

(2) J. R. Rydberg, "Recherches sur la constitution des spectres d'émission des éléments chimiques", *Kungliga Svenska Vetenskapsakademien, Handlingar*, 23 1889, tradotto da Hindmarsh (ref 2), pp. 108-116 "On the structure of the line spectra of the chemical elements", *Philosophical Magazine*, 29, 1890, pp. 331-337.

(3) J.J Balmer, "Notiz über die Spectrallinien des Wasserstoffs", *Naturforschende Gesellschaft, Basel, Verhandlungen*, 7, 1885, pp. 548-560, tradotto in inglese da Hindmarsh, *Atomic spectra*, Oxford, 1967, (4) N.Robotti, "L'elettrone di Stoney", *Physica*, 21 (1979), 103-143

(5) J.J Balmer, op. cit. nota (3)

(6) J.R. Rydberg, op. cit. nota (3)

(7) J.G.Stoney, "On the cause of double lines and of equidistant satellites in the spectra of gases", *Scientific Transactions of the Royal Dublin Society*, 4 (1891), 563-608.

(8) Su questo argomento si veda ad esempio: D.L.Anderson, *The discovery of the electron*, (Princeton, 1964), Van Nostrand Momentum Book.; E.T.Wittacker, *A History of the Theories of Aether and Electricity*, Second Edition, Dover, (New York, 1989); I.Falconer, 'Corpuscles, electrons and cathode rays: J.J.Thomson and the discovery of the electron', *British Journal for the History of Science*, 20 (1987), 241-276; A.Pais, *Inward Bound*, (Oxford University Press, New York, 1986); N.Robotti, 'J.J.Thomson at the Cavendish Laboratory: the history of an electric charge measurement' *Annals of Science*, 52 (1995).

(10) J.H. Jeans, "The Mechanism of Radiation", *Philosophical Magazine* 2, 1901, pp. 421-455.

(11) N. Robotti "I primi modelli dell'atomo", Loescher Editore (1978)

(12) J. Larmor, "On the Theory of the Magnetic Influence on Spectra; and the Radiation from moving Ions", *Philosophical Magazine*, 44, 1897, p. 512; vedi anche J. Larmor, "Aether and Matter", Cambridge at the University Press, 1900

(13) N. Bohr, "On the constitution of Atoms and Molecules", *Philosophical Magazine* 26, 1913, pp. 1-25.

(14) J. J. Thomson, "The Magnetic Properties of System of Corpuscles describing Circular Orbits", *Philosophical Magazine* 6, 1903, pp. 678-681

(15) J.J.Thomson, "On the number of corpuscles in an atom, *Philosophical Magazine*, 11, 1906.

(16) Lord Rayleigh, "On the electrical Vibrations and the constitution of the Atom", *Philosophical Magazine* 11, 1906, pp. 117-123.

(17) Questo perché si è ancora nello schema classico. Nella versione quantistica del modello idrodinamico si ottengono invece vari plasmoni con frequenze differenziate.

(18) Lord Rayleigh, op. cit. nota (16), p. 120

(19) H. Nagaoka, "Kinetics of a System of Particles illustrating the Line and the Band Spectrum and the Phenomena of Radioactivity", *Philosophical Magazine* 7, 1904, pp. 445-455.

(20) G. A. Schott, "On the Kinetics of a System of Particles illustrating the Line and the Band Spectrum", *Philosophical Magazine* 8, 1904, pp. 384-387.

(21) G. A. Schott, "On the Electron Theory of Matter and the Explanation of Fine Spectrum Lines and of Gravitation", *Philosophical Magazine* 12, 1906, pp. 21-29.

(22) W. Ritz, "Zur Theorie der Serienspektren", *Annalen der Physik* (4) 12, 1903, pp. 264-310.

(23) W. Ritz, "Sur l'origine des spectres en séries", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* 144, I° sem., 1907, pp. 634-636, e W. Ritz, "Sur l'origine des spectres en séries", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences* 145, II° sem., 1907, pp. 178-180 1906.

(24) E.Rutherford, "The scattering of  $\alpha$  particles and the structure of atom", *Philosophical Magazine* 21, 1911.

(25) N.Bohr, "The constitution of atoms and molecules", *Philosophical Magazine* 26, 1913.