

## **I diversi approcci alla logica quantistica: due classificazioni e loro interpretazione**

*Antonio Venezia*

From the first proposal of a non classical logic for Quantum Mechanics (QM) by Birkhoff and von Neumann in 1936, many efforts followed in order to clarify in which sense Quantum Logic (QL) is different from classical logic. Birkhoff and von Neumann's distinction between classical logic and QL concerned the failure of distributive law. By following this suggestion, QL researchers have undertaken very different directions of search, determining that van Fraassen has called the "labyrinth of the quantum logics". In the eighties these works have been classified by Mittelstaedt and Holdsworth-Hooker. The analysis of these two classifications shows that this field of search is wide and complex owing to the great variety of these approaches and the high level of formalism with respect to the poor knowledge of the very foundations of a physical theory. From this analysis emerges a conclusion in terms of relationship between physical theory and logic; the studies till now produced have followed two main directions of search: in the former direction, by following Birkhoff and von Neumann, authors start from mathematics - that is considered as representative of the whole physical theory- to draw logic as algebraic structures; on the contrary, in the latter direction, that is typical of "operational" approaches, authors start from logic -that is conceived as language- in order to define theory's physical operations and mathematics' primitive concepts. Few authors dealt with the relationship between logic and theory's experimental part, and underlined whether logic is empirical or not; most QL researchers instead neglected the relationship of logic with theory's principles. To recognize this missed relationship in the historical studies about QL is useful to define in a more rigorous way the problem of which is the real logic of QM.

## Introduzione

Nelle prime due sezioni di questo articolo presento due classificazioni degli approcci alla Logica Quantistica (LQ); la prima classificazione è di Holdsworth-Hooker [7], mentre la seconda è di Mittelstaedt [8]; la terza sezione dell'articolo è un'analisi critica e un confronto di queste due classificazioni.

### 1. Gli approcci alla LQ secondo Holdsworth e Hooker

La prima classificazione è quella di un lungo e complesso articolo di Holdsworth e Hooker del 1983, dal titolo "A critical survey of Quantum Logic" [7]. Lo schema interpretativo adoperato dagli autori individua sei approcci; li riporto qui di seguito nello stesso ordine dell'articolo, riassumendo per ognuno di essi le principali caratteristiche e indicando gli studiosi della LQ a cui Holdsworth e Hooker hanno dedicato più spazio.

(Ho mantenuto solo in parte la nomenclatura usata per i vari approcci, ma ho specificato di volta in volta le differenze con l'originale; le sigle che abbreviano il nome dei vari approcci sono quelle usate da Holdsworth e Hooker).

#### *Approccio tradizionale (TQL)*

Per approccio tradizionale alla logica quantistica (*Traditional Quantum Logical Approach* o TQL), Holdsworth e Hooker intendono (p. 131, *ibid.*) essenzialmente l'approccio algebrico di Birkhoff e von Neumann (in breve: BvN). La pubblicazione dell'articolo *The Logic of Quantum Mechanics* [2] nel 1936 segna la data di nascita ufficiale degli studi sulla Logica Quantistica. L'idea di fondo del lavoro di Birkhoff e von Neumann fu quella di far vedere come il formalismo matematico della MQ suggerisca un nuovo tipo di logica. Questo tipo di approccio è detto **approccio algebrico** alla LQ, perché in esso si ricava la struttura della logica dalla struttura algebrica che si può definire a partire dalla matematica della MQ. Le corrispondenze individuate da BvN tra la struttura matematica e la logica della MQ sono riassunte nella seguente tabella.

**Tabella 1:** Le corrispondenze che, secondo BvN, esistono tra la logica quantistica e lo spazio di Hilbert.

Calcolo logico	Spazio di Hilbert
A(proposizione)	$P_a$ (sottospazio di definizione di un proiettore)
V (vero)	H (intero spazio di Hilbert)
F (falso)	0 (spazio vuoto)
$A \wedge B$	$P_a \cap P_b$
$A \vee B$	$P_a \oplus P_b$
$\neg A$	$P_a^\perp$ (complemento ortogonale)

Ad ogni proposizione A del tipo “il sistema fisico S gode della proprietà p” viene associato un sottospazio chiuso dello spazio di Hilbert, cioè l’insieme di definizione dell’operatore O di proiezione, che rappresenta matematicamente la proprietà p. Se S gode della proprietà p allora O ammette per autovalore 1 (quindi la proposizione A è vera), altrimenti O ha per autovalore 0 e la proposizione A è falsa. Resta associato a tutto lo spazio di Hilbert il valore di verità 1 (vero), mentre allo spazio vuoto il valore 0 (falso). L’insieme dei sottospazi di Hilbert può essere opportunamente strutturato algebricamente (in modo da ottenere un **reticolo**) introducendo una relazione d’ordine (l’inclusione  $\supseteq$ ) e altre operazioni come l’intersezione ( $\cap$ ) e la somma diretta tra sottospazi ( $\oplus$ ). Con le corrispondenze indicate nella tabella 1, BvN verificano che la proprietà distributiva della congiunzione (e) rispetto alla disgiunzione (o) non è verificata, cioè

$$A \text{ e } (B \text{ o } C) \neq (A \text{ e } B) \text{ o } (A \text{ e } C)$$

Poiché la struttura algebrica associata alla logica classica è distributiva, BvN concludono che la logica della MQ è una logica non classica. Per caratterizzare questa nuova logica BvN suggeriscono (senza però dare alcuna giustificazione fisica) una versione indebolita della proprietà distributiva, nota come **legge modulare**:

$$\text{se } C \text{ implica } A \text{ allora } A \text{ e } (B \text{ o } C) = (A \text{ e } B) \text{ o } C$$

I reticoli introdotti da BvN sono detti **reticoli ortomodulari**, perché in essi è definito un complemento ortogonale (corrispondente alla negazione quantistica) e vale la legge modulare.

Gli autori più importanti che hanno ripreso negli anni sessanta gli studi intrapresi in questa direzione da BvN sono Jauch e Piron. Holdsworth e Hooker si occupano dettagliatamente di questi ed altri autori, indicando all’interno di ogni modello algebrico proposto le leggi accettate (la legge modulare o sue versioni deboli) e la struttura sintattica corrispondente.

#### *Approccio tradizionale concettuale (CTQL)*

Per approccio concettuale (*Conceptual TQL*) Holdsworth e Hooker intendono (p. 151, ibid.) quella corrente di pensiero iniziata con la pubblicazione dell’opera “Is Logic Empirical?” (1969) di Hilary Putnam, secondo cui la LQ è una logica distinta da quella classica e ad essa non riducibile. Questa posizione nasce dall’opposizione a chi ritiene un problema fittizio il cambiamento di logica in MQ, sostenendo che nella teoria quantistica non sono le regole logiche a cambiare rispetto al caso classico, ma solo la matematica usata. All’interno dell’approccio concettuale, c’è chi sostiene che la LQ sia universalmente valida e chi invece la ritiene valida solo per il mondo microscopico. Inoltre c’è chi, come Putnam, sostiene che è la proprietà distributiva a rendere diversa la LC dalla LQ e chi invece pensa che la differenza sta tutta nel fatto che la LQ è una logica a

più valori di verità. Quest'ultima posizione è quella di Reichenbach, ed è stata condivisa più recentemente, ad esempio, da Bub (1974), che, nell'articolo di Holdsworth e Hooker, è citato anche come un autorevole oppositore a chi, ritenendo la MQ incompleta (vedi paradosso EPR<sup>1</sup>), ha tentato di interpretarla attraverso l'uso di variabili nascoste, che, se trovate, riporterebbero i quanti al determinismo classico.

Sulla completezza della MQ, la discussione è molto complessa. Holdsworth e Hooker se ne occupano esaminando il problema soprattutto dal punto di vista matematico.

Solo a titolo di esempio voglio riportare la posizione di Dalla Chiara (anche se non viene citata dall'articolo riguardo questo problema), la quale non condivide la tesi di Bub. Dalla Chiara (1997) sostiene che l'incompletezza della MQ è una inevitabile conseguenza dell'incompletezza della sua logica. In termini formali, ella ha dimostrato (1986) che la LQ, a differenza della LC, viola la proprietà di Lindenbaum (secondo cui ogni insieme T non contraddittorio di enunciati ammette una estensione T\*, che è non contraddittoria e completa; cioè per ogni enunciato p di T, l'estensione T\* contiene p oppure la sua negazione). Infatti un controesempio logico-quantistico a questa proprietà lo si può ottenere negando la legge dell'*a-fortiori* (se vale p allora vale a fortiori sotto qualsivoglia ipotesi q): si dimostra che, diversamente dalla LC, questa legge non vale nella LQ per proposizioni riguardanti proprietà quantistiche incommensurabili, quindi "l'insieme che contiene solo questo enunciato non può ammettere estensioni non contraddittorie e complete". Questa violazione rappresenta un risultato di incompletezza molto forte, perché asserisce che ci sono enunciati intrinsecamente indecidibili nella LQ, indipendentemente dalla conoscibilità e decidibilità del suo sistema di assiomi. Tutto questo va ben oltre i limiti sanciti dai teoremi (1931; 1936) di Goedel, secondo cui ogni teoria matematica classica non contraddittoria e assiomatizzabile è logicamente incompleta (cioè include enunciati indecidibili). In questa ottica e con una presa di posizione filosofica molto forte, secondo Dalla Chiara, "l'incompletezza forte della LQ rappresenta una naturale controparte logica per l'indeterminismo essenziale della MQ" ([1], p. 636).

#### *Approccio tradizionale modale (MTQL)*

Holdsworth e Hooker chiamano (p. 162, *ibid.*) questo approccio *Modal TQL* (MTQL). Il primo esempio di approccio tradizionale modale è stato quello di Paulette Fevrier, la quale già nel 1937 ha proposto un sistema logico per la MQ alternativo a quello di BvN. In questo sistema Fevrier non caratterizzava la LQ in termini della legge modulare, ma in termini del nuovo ruolo della negazione

---

<sup>1</sup> Una versione del paradosso Einstein-Podolsky-Rosen è la seguente: una particella di spin 0 decade in due particelle di spin  $\frac{1}{2}$ ; la misura dello spin di una delle due particelle di spin  $\frac{1}{2}$  fissa lo stato di spin dell'altra in modo apparentemente ISTANTANEO a distanza.

quantistica. Questo ruolo viene naturale quando si considerano gli insiemi rappresentativi di verità fisiche come insiemi sfocati (fuzzy set), in conseguenza dell'impossibilità quantistica di misure simultanee di assoluta precisione. Questo tipo di approccio, basato sugli insiemi sfocati, viene chiamato approccio non ortodosso o unsharp (letteralmente "non preciso"). Dalla Chiara (1997), la quale è un'altra esponente di questa corrente, ha sottolineato la caratteristica che distingue questo tipo di approccio da quello "ortodosso": un approccio unsharp è tale perché considera esempi di indeterminazione semantica non solo sui concetti individuali, ma anche sulle proprietà di questi concetti.

Questa distinzione al livello di logica tra l'indeterminazione semantica di un concetto e quella delle proprietà di un concetto può essere vista nella MQ pensando agli stati (il concetto) e alle proprietà di un sistema fisico. Nell'approccio ortodosso, mentre si ammette l'indeterminazione delle misurazioni per gli stati, le proprietà del sistema sono invece rappresentate in maniera precisa (sharp) utilizzando i proiettori dello spazio di Hilbert, cioè (secondo l'assiomatizzazione standard della MQ) operatori lineari e limitati con traccia compresa tra 0 e 1 (regola di Born). Tuttavia i proiettori non sono gli unici operatori che soddisfano la regola di Born. Si può infatti dimostrare (Dalla Chiara 1997) che esistono altri operatori, chiamati *effetti*, che pur determinando una probabilità secondo la regola di Born, non possiedono una struttura algebrica reticolare, come invece l'hanno i proiettori (essenzialmente perché gli effetti non ammettono solo gli autovalori 0 e 1, come i proiettori del reticolo di BvN). Questa sorta di operatori generalizzati sono i migliori candidati a rappresentare quelle proprietà ambigue del sistema quantistico, altrimenti inesprimibili con i comuni proiettori; il loro studio rappresenta una delle più recenti applicazioni della logica fuzzy.

Un'interpretazione modale della MQ è stata avanzata inoltre da van Fraassen (1972); l'autore, partendo da considerazioni probabilistiche, si sofferma sui concetti di *possibilità* e *necessità*, a cui aggiunge quello di *attualità*, intesa come la caratteristica del risultato di un esperimento. Alla luce di queste categorie van Fraassen è capace di reinterpretare il paradosso EPR.

Altri esponenti della MTQL sono Dishkant (1972), Goldblatt (1974) e Kochen (1978). In tutti questi casi, a differenza dell'approccio algebrico tradizionale (TQL), in cui il problema era di ricavare una semantica plausibile da una struttura sintattica formalmente trovata, si parte da considerazioni semantiche (di fisica o di logica) per costruire una struttura sintattica. La logica modale può trovare una interpretazione intuitiva all'interno di una semantica kripkiana. Per la MQ l'idea basilare di una siffatta semantica è la seguente: gli stati puri del sistema fisico rappresentano i *mondi possibili* del modello kripkiano; le proprietà fisiche corrispondono alle *proposizioni possibili*, mentre l'*accessibilità tra mondi* del modello corrisponde al concetto di non ortogonalità, nel senso che due stati sono non ortogonali quando è possibile passare dal primo al secondo, dopo aver eseguito una misurazione che fa collassare la funzione d'onda. I modelli di logica basati sui reticoli algebrici e quelli basati su una semantica kripkiana sono

entrambi fondati sullo spazio di Hilbert; per questo motivo ambedue sono chiamati modelli hilbertiani della LQ e sono classificati come *approcci tradizionali* da Holdsworth e Hooker. A questo proposito, un risultato interessante, anche se richiederebbe più spazio per essere ben esposto, è quello di Greechie [6], che ha dimostrato nel 1981 che esiste un enunciato (la cosiddetta *legge ortoarguesiana*) che è vero in ogni modello hilbertiano, mentre risulta non vero in qualche modello della LQ: quindi i modelli hilbertiani sono più di quanto occorra per caratterizzare la LQ.

#### *L'approccio tradizionale operazionale (OTQL)*

Holdsworth e Hooker chiamano (p. 174, *ibid.*) questo approccio Operational TQL. Il primo lavoro esplicitamente operazionale in MQ risale al 1963 ed è opera di Finkelstein; l'idea di fondo dell'autore è che la struttura algebrica della MQ può essere costruita operativamente facendo uso di circuiti elettronici che ne rispecchino le formule enunciativie, così come i circuiti digitali traducono in forma circuitale le formule dell'algebra di Boole. Il termine "approccio operazionale" fu però usato per la prima volta da Randall e Foulis nel 1979 come titolo di una loro opera "The operational approach to Quantum Mechanics". Gli autori di questo libro definiscono un'operazione fisica come "le istruzioni che descrivono una procedura riproducibile e fisicamente realizzabile" (si noti l'identificazione di un'azione con il linguaggio che la prescrive). Introdotto il concetto di operazione primitiva (un'operazione che non ammette sottoperazioni), è possibile associare un simbolo al risultato di ognuna di queste operazioni basilari. Un opportuno insieme di questi simboli forma una proposizione, che così risulta essere un sottoinsieme dell'insieme delle operazioni possibili. Infine, sotto certe condizioni, un insieme di proposizioni costituisce un *manuale*, la cui struttura matematica può essere interpretata come una logica generalizzata. Operazionale è anche l'approccio di Mittelstaedt e Stachow, suo allievo, i quali hanno tentato di estendere alla MQ la tecnica dimostrativa del *dialogo* (usata in logica classica da Lorenzen [1955] e Lorenz [1968] per la definizione dei connettivi e la dimostrazione delle proposizioni). Secondo questo schema dimostrativo, una proposizione è provata solo se è difendibile in un dialogo. Si suppone cioè che due interlocutori, un Proponente **P** e un Oppositore **O**, si sfidino a provare le rispettive asserzioni: la sequenza di queste asserzioni con le corrispondenti dimostrazioni, fatte alternativamente da **P** e da **O**, costituisce appunto un *dialogo*. Lo svolgimento di un dialogo ha un andamento standard: **P** dichiara la proposizione **A** che intende difendere, mentre **O** attacca l'avversario o richiedendo la dimostrazione di **A**, oppure proponendo nuove proposizioni che possono confutare **A**. La proposizione **A** è dimostrata solo se **P** vince lo scontro. Si ha così un metodo effettivo di verifica della verità o falsità di una asserzione.

### *L'approccio logico-linguistico (GPL)*

Con il termine "approccio logico-linguistico", ho voluto indicare quella che Holdsworth e Hooker chiamano (p. 187 e 189, *ibid.*) General Physical Logic (GPL), cioè la posizione di chi considera la logica come "la struttura linguistica usata nella formulazione della teoria fisica". Questo tipo di approccio, a differenza dei precedenti, non è riconducibile in nessun modo alla TQL. Infatti, i precedenti approcci CTQL, MTQL e OTQL, pur con le differenze analizzate, restano approcci tradizionali, perché considerano la teoria formale (cioè la matematica di una teoria fisica) capace di spiegare la realtà e di suggerire gli esperimenti possibili. Per i seguaci dell'approccio linguistico (in particolare per Giles), invece, questa capacità esplicativa "deriva non dalla teoria formale, ma dalla riduzione ai concetti diretti, le relazioni tra i quali sono idealmente espresse dagli assiomi autoevidenti" (p. 190, *ibid.*): in altre parole, la teoria formale non è giustificata dalla sua capacità di predire un risultato sperimentale corretto (quindi dalle conseguenze empiriche che da essa si possono trarre), ma è giustificata mediante le sue premesse teoriche, che devono essere operative (concetti "diretti" e "primitivi", cioè concetti strettamente legati all'esperienza e concetti che esprimono azioni realizzabili nella pratica) e autoevidenti ("semplici assiomi autoevidenti"). Le ricerche condotte in questa direzione utilizzano sia una logica a due valori di verità (Mielnik), che a più valori; ad esempio, Giles fa uso di una logica alla Lukasiewicz. Holdsworth e Hooker indicano proprio la posizione di Giles come la più rappresentativa dell'approccio logico-linguistico (GPL) e di questo autore si occupano più dettagliatamente.

Il linguaggio, secondo Giles, è l'insieme delle proposizioni con cui è possibile esprimere le asserzioni di una teoria. Giles distingue all'interno di una teoria fisica tra il *linguaggio primario* e il *linguaggio secondario*: il primo è costituito dalle proposizioni sperimentali, mentre il secondo è costituito dalle proposizioni riguardanti la matematica della teoria. Il linguaggio primario è il linguaggio naturale usato dalla comunità degli scienziati; poiché esso è impreciso, occorre allora introdurre il linguaggio primario formale, che deve essere sintatticamente e semanticamente preciso. In particolare per la MQ, Giles individua come elementi primordiali del linguaggio della teoria sia le osservabili che gli stati misti del sistema fisico e li identifica con il metodo operativo che occorre rispettivamente per testare le osservabili e per realizzare gli stati misti. Questo modo di procedere nella definizione degli elementi primitivi della struttura logica è quindi fortemente operativo. Le proposizioni atomiche del calcolo logico sono le proposizioni che esprimono il risultato di un esperimento elementare, cioè un esperimento il cui risultato può assumere i valori 1 (riuscita) oppure 0 (fallimento). Nella LC le proposizioni atomiche riguardano "un esperimento (elementare) non dispersivo, cioè un esperimento il cui risultato è sempre lo stesso [nei limiti dell'errore di misura] in ogni sua esecuzione" ([10], p. 401): se due sperimentatori non sono d'accordo sulla verità di una proposizione atomica basta una sola esecuzione del corrispondente esperimento elementare per decidere chi ha ragione. Le proposizioni atomiche della LQ

hanno invece la caratteristica di essere assegnazioni di probabilità, e come tali non garantiscono che il risultato del corrispondente esperimento elementare sia sempre lo stesso in ogni sua esecuzione: se due sperimentatori non sono d'accordo sulla verità di una proposizione atomica, “nessun numero finito di esecuzioni del corrispondente esperimento elementare può stabilire in maniera definitiva chi ha ragione” (p. 402, *ibid.*). Quindi nel caso della MQ, sostiene Giles, “quando descriviamo un esperimento elementare come un esperimento non dispersivo [cioè asseriamo una proposizione atomica], intendiamo [solo] che tutti gli osservatori credono che esso sia non dispersivo” (p. 402, *ibid.*). (Faccio notare la problematicità di questa posizione, che, se accettata, ridurrebbe il concetto di probabilità ad un concetto soggettivo, e renderebbe difficilmente distinguibili la logica della MQ dalla logica [classica] della meccanica statistica, entrambe teorie fisiche basate su assegnazioni di probabilità). A partire dalle proposizioni atomiche, Giles costruisce le proposizioni composte (quantistiche) introducendo dialogicamente i connettivi logici. Holdsworth e Hooker sottolineano come il dialogo di Giles, pur essendo una tecnica dimostrativa simile a quella usata da Mittelstaedt, venga qui adoperato in maniera alquanto diversa. In Mittelstaedt, il dialogo serve a “smontare” una proposizione composta nelle sue parti “elementari”, che sono dimostrabili sperimentalmente; in Giles, le proposizioni composte sono disarticolate in proposizioni “atomiche”, che, pur essendo assegnazioni di probabilità, vengono intese (o, come dice Giles, *credute*) dallo sperimentatore come riguardanti esperimenti non dispersivi. In questo senso Holdsworth e Hooker chiamano “soggettivo” l’approccio di Giles e “oggettivo” quello di Mittelstaedt; nel primo “non c’è un modo effettivo per decidere chi abbia ragione tra due osservatori che asseriscono una proposizione atomica [ad esempio se l’assegnazione di probabilità è 1/2]” (perciò soggettivo), mentre nel secondo una proposizione elementare è evidente perché esprime il risultato di una misura (perciò oggettivo).

*La teoria degli insiemi quantistici (GQL)*

Quest’ultimo approccio è chiamato da Holdsworth e Hooker (p. 193, *ibid.*) *General Quantum Logic* (GQL) e rappresenta il tentativo di definire la LQ partendo da una nuova teoria degli insiemi. Il punto di partenza dei sostenitori della GQL è l’osservazione che così come si può fondare la LC sulla teoria classica degli insiemi, dovrebbe essere possibile fondare anche la LQ su una teoria degli insiemi quantistici. Le ricerche condotte in questa direzione sono di carattere essenzialmente matematico e utilizzano concetti insiemistici generalizzati (gli insiemi fuzzy di Zadeh). L’idea di fondo di questo approccio è che gli insiemi sono “gli oggetti di cui il mondo è costituito ... e il modo con cui questi oggetti interagiscono è rappresentabile attraverso relazioni insiemistiche” (p. 195, *ibid.*). Per questa forte connotazione matematica più che logica, potremmo includere in questo indirizzo anche autori precedentemente citati in approcci diversi (ad esempio Fevrier e Dalla Chiara). Comunque, anche se non c’è in questo indirizzo un netto punto di vista logico, Holdsworth e Hooker



avanzano lo stesso un'ipotesi interpretativa, dicendo (p. 196, ibid.) che la GQL, "poiché vede le cose del mondo come costituite dalle loro parti, sembra da collegarsi in qualche modo all'approccio concettuale (CTQL)". Tra gli autori che più si riconoscono in questa definizione c'è lo stesso Holdsworth e la sua teoria degli insiemi quantistici.

## 2. Gli approcci alla LQ secondo P. Mittelstaedt

Il lungo e molto denso articolo di Holdsworth e Hooker del 1983 cita tra le sue fonti un breve articolo scritto nel 1981 da Peter Mittelstaedt [8], professore di Fisica Teorica all'Università di Colonia (Germania). In esso vengono presentati, in maniera molto schematica, cinque fondamentali indirizzi di ricerca nella LQ, con brevi cenni dei diversi sottoindirizzi specifici di ogni approccio. L'intento di Mittelstaedt in questo articolo sembra essere quello di voler chiarire i rapporti tra i vari approcci, più che spiegarne i singoli contenuti. Qui di seguito ho riassunto il suo lavoro [8], indicando una breve caratterizzazione e gli autori principali di ogni approccio.

(Quando Mittelstaedt cita molti autori per uno stesso approccio ho scelto di riportare solo quelli che sono risultati fondamentali nella classificazione di Holdsworth e Hooker; in questo modo è possibile valutare la posizione di uno stesso autore rispetto alle due classificazioni)

### *Approccio algebrico*

- a. reticoli ortomodulari (studio della logica sulla base della struttura algebrica che il modello matematico della teoria suggerisce): da BvN a Jauch.
- b. algebra di Boole parziale (studio di strutture reticolari "deboli", perché ristrette alle sole variabili commensurabili): Bub, Kochen.
- c. semigruppì di Baer (studio di morfismi tra reticoli algebrici, strettamente legati alle strutture degli operatori lineari relizzabili in uno spazio di Hilbert): Gudder, Foulis, Beltrametti.

### *Approccio empirico*

- a. logica a tre valori (vero, falso, indeterminato): Reichenbach.
- b. approccio generale: tentativo di spiegare la struttura reticolare di BvN in termini di una generica logica a più valori.
- c. approccio operativo: interpretazione dei reticoli algebrici in termini di operazioni di misura (ad esempio, un operatore di proiezione può essere visto come un filtro di polarizzazione, dato che il processo di "filtrare" il raggio di luce è equivalente all'operazione matematica che l'operatore di proiezione compie sulla funzione d'onda, che rappresenta quel raggio nello spazio di Hilbert).

### *Approccio a priori*

- a. approccio dialogico: Mittelstaedt, Stachow, Giles.

b. approccio del *manuale* (nel senso di un catalogo di istruzioni per realizzare operazioni fisiche): Randall e Foulis propongono la costruzione di strutture formali (i *manuali* appunto) che, se adeguatamente definiti, possono rappresentare le possibilità di operare su sistemi fisici, siano essi classici che quantistici.

c. “plexor approach”: Finkelstein propone di ridurre la LQ a una struttura puramente sintattica (di soli segni), i cui elementi egli chiama “plexors”; il risultato di questa operazione, nelle intenzioni dell’autore, dovrebbe essere la costruzione di un “linguaggio universale”, capace di unificare la MQ e la Relatività Generale.

#### *Approccio modale*

a. interpretazione modale della LQ: Dishkant, Goldblatt, Dalla Chiara costruiscono quella che è stata definita *logica modale minimale*<sup>2</sup>.

b. interpretazione modale della MQ: van Frassen mette in discussione la possibilità di interpretare alcuni postulati della MQ con la sola logica modale minimale.

c. logica modale della LQ: Burghardt vede la LQ come il linguaggio oggetto di una meta-logica modale intuitivamente giustificabile (nei due casi precedenti la logica modale invece resta legata alla LC, perché ne costituisce il linguaggio oggetto; l’esigenza di una metateoria è sancita dal teorema di Tarski, che stabilisce l’impossibilità di esprimere qualunque verità di una teoria con il solo linguaggio della teoria stessa).

*Approccio probabilistico*: partendo da una teoria della probabilità, empiricamente confermata in MQ, si

arriva a costruire una logica nuova e non classica. Questo approccio non riguarda solo la logica probabilistica<sup>3</sup>, ma anche la logica dialogica. Lo stesso Mittelstaedt appartiene a questo approccio; egli suggerisce,

<sup>2</sup> La logica modale minimale rappresenta il calcolo di base accettato da tutti gli approcci modali. In essa i connettivi N (“è necessario che”) e Π (“è possibile che”) soddisfano i seguenti assiomi:

$$\begin{array}{ll}
 1) Np \Leftrightarrow \neg \Pi \neg p & \Pi p \Leftrightarrow \neg N \neg p \\
 2) Np \Rightarrow p & p \Rightarrow \Pi p \\
 3) N(p \Rightarrow q) \Rightarrow Np \Rightarrow Nq & \Pi p \Rightarrow \Pi q \Rightarrow \Pi(p \Rightarrow q)
 \end{array}$$

<sup>3</sup> Nella logica probabilistica l’attribuzione di un valore di verità viene inteso come l’assegnazione di un valore di probabilità (compreso tra 0 e 1) alle proposizioni considerate. Questo tipo di logica appartiene alla famiglia delle logiche a più valori di verità.

per introdurre la probabilità nella LQ, di associare alla posizione sostenuta dal Proponente **P** in un dialogo un numero che rappresenti la probabilità che **P** vinca il dialogo.

### **3. Le classificazioni di Holdsworth-Hooker e di Mittelstaedt: approfondimento e confronto**

Nei prossimi due paragrafi cerco di evidenziare le categorie interpretative usate da Holdsworth-Hooker e Mittelstaedt nei rispettivi articoli. Lo scopo di tale analisi è confrontare le due classificazioni, apparentemente così diverse, per cercare di far emergere gli eventuali punti in comune tra le loro categorie interpretative.

#### *3a Le categorie interpretative di Holdsworth-Hooker*

Holdsworth e Hooker, per loro stessa dichiarazione ([7], p. 130), si propongono di migliorare, integrandola, una classificazione precedente proposta da Gudder nel 1979. Questa classificazione voleva distinguere tutti gli approcci alla LQ partendo dalla scelta dei concetti primitivi con cui si costruiscono gli assiomi della teoria quantistica. Secondo Gudder, questi concetti primitivi sono quattro; la scelta di uno di essi corrisponde ad uno specifico approccio logico (in parentesi ho indicato in che modo Gudder chiama questi approcci):

- 1) osservabile rappresentata da operatori autoaggiunti (“approccio algebrico”)
- 2) proposizione rappresentata da un proiettore (“approccio alla BvN”)
- 3) stato puro (“approccio degli insiemi convessi”)
- 4) stato puro e osservabile (“approccio stato/osservabile”)

Questa via assiomatica si è rivelata però insufficiente dal punto di vista interpretativo, perché è stato dimostrato che le quattro possibili formulazioni assiomatiche della MQ, corrispondenti alla scelta di uno dei quattro concetti primitivi indicati da Gudder, sono in realtà equivalenti. Holdsworth e Hooker hanno infatti considerato queste quattro formulazioni solo come ulteriori possibili modi di organizzare la MQ, tutti compatibili con ognuno dei loro approcci logici. Quindi per distinguere meglio i vari indirizzi di ricerca sulla LQ, Holdsworth e Hooker sono andati oltre un’assiomatica della MQ.

Un primo passo è stato quello di individuare, nell’approccio scelto, in che rapporto stanno la sintassi e la semantica (p. 174, *ibid.*): ciò ha permesso di distinguere, all’interno dell’approccio tradizionale (TQL), l’approccio concettuale (CTQL), in cui è prioritaria la sintassi, da quello modale (MTQL) e operativo (OTQL), che considerano invece prioritaria la semantica (con la distinzione che la sintassi modale è basata sulle tavole di verità, mentre quella operativa, almeno in Mittelstaedt e seguaci, è basata sui dialoghi).

Gli stessi Holdsworth e Hooker inoltre suggeriscono, all'inizio (p. 131, *ibid.*) e nella nota finale (p. 200, *ibid.*) del loro articolo, un'ulteriore categoria di analisi: l'orientamento filosofico generale e in particolare sulla logica di ciascun autore esaminato. Essi indicano quattro possibili modi di concepire la logica:

1. *punto di vista linguistico* (la logica come "struttura linguistica e [come] classe degli argomenti validi che si possono esprimere in un determinato linguaggio")
2. *punto di vista psicologico* (la logica come "la classe dei ragionamenti universalmente accettabili")
3. *punto di vista operativa* (la logica come "la classe delle operazioni ammissibili in un laboratorio")
4. *punto di vista concettuale* (la logica come "struttura ontologica di un dato dominio di discussione", ovvero una interpretazione "realistica" - nel senso platonico - della logica, che porta ad identificare il contenuto di una asserzione con una idea data come reale)

La categoria appena illustrata (orientamento sulla logica) è una categoria prelogica, nel senso che in base al punto di vista filosofico adottato, un autore privilegia una rappresentazione formale della logica rispetto ad un'altra.

C'è allora una corrispondenza tra questi quattro *punti di vista prelogici* e gli approcci alla LQ descritti dalla classificazione di Holdsworth e Hooker. Infatti l'approccio concettuale (CTQL) e quello degli insiemi quantistici (GQL) di Holdsworth corrispondono all'ultimo punto di vista, quello "concettuale"; l'approccio operativo (OTQL) corrisponde al punto di vista "operativo" e l'approccio logico-linguistico (GPL) corrisponde al punto di vista "linguistico". Non si riscontra però un punto di vista prelogico corrispondente all'approccio modale (MTQL), a meno di considerarlo come un punto di vista "psicologico", la cui definizione, così come è data dagli autori della classificazione, risulta a mio parere poco caratterizzante. Gli stessi Holdsworth e Hooker ammettono che "i logici quantistici raramente pongono l'enfasi sul punto di vista psicologico, sebbene alcuni (Putnam) lo fanno" (p.131 *ibid.*). Poi però l'approccio di Putnam viene inserito nel CTQL, che ha già un suo punto di vista prelogico (quello "concettuale"). Allora, secondo me, la scelta di considerare l'approccio di Putnam sotto il punto di vista "psicologico" conferma la mia opinione che questo punto di vista prelogico è alquanto indefinito e non determina la classificazione, la quale quindi si riconduce solo in parte ai punti di vista prelogici.

Inoltre l'insufficienza di questa categoria interpretativa si riscontra anche nella caratterizzazione (prelogica) dell'approccio logico-linguistico (GPL); quest'ultimo, anche se già è identificabile con la corrispondente categoria prelogica (punto di vista "linguistico"), è diverso dagli altri approcci per un ulteriore motivo filosofico. Infatti Holdsworth e Hooker scrivono (p. 149-150, *ibid.*):

"... all'interno della TQL sono state accennate due risposte apparentemente opposte (ma non in modo drastico) riguardo al ruolo della teoria. Nel prosieguo

ci riferiremo a queste due varianti come *logica quantistica tradizionale* concettuale e operativa: CTQL e OTQL.

La CTQL è caratterizzata dal suo richiamarsi a proprietà astratte non classiche della LQ [reticoli algebrici non booleani] e dalla pretesa che queste proprietà riflettano i reali aspetti strutturali del mondo microscopico. Queste richieste sono quasi universalmente [in tutti gli autori] connesse con alcune versioni del realismo logico, la tesi secondo cui in realtà il microcosmo ha una struttura logica non classica che può *rendere conto dei* o *spiegare i* dati dell'osservazione. Inoltre molti suoi sostenitori (ma non tutti) sono soddisfatti dallo spiegare direttamente [in termini reali] i reticoli dello spazio di Hilbert o strutture matematiche simili.

La OTQL invece tipicamente non accetta senza problemi la struttura dello spazio di Hilbert. Piuttosto i suoi sostenitori cercano di ridurre quanti più concetti è possibile in termini operazionali....Ci sono [però] due alternative nell'approccio operativo. La prima è caratterizzata dall'accettazione dell'ordinaria MQ, nella misura in cui gli esperimenti possibili sono determinati da questa teoria [spirito di Copenhagen]. Questo è vero in particolare per l'approccio di Mittelstaedt, Stachow e seguaci. Per loro, l'intento della logica quantistica è quello di stabilire un linguaggio, che è basato su niente più che quelle condizioni che sono le precondizioni di ogni linguaggio scientifico. Questo linguaggio può poi essere applicato, in linea di principio, a ogni teoria che si presenta a noi con alcuni insiemi di possibili procedure sperimentali, capaci di produrre un risultato non ambiguo quando quelle procedure sono seguite dai partecipanti ad un dialogo. L'approccio di Mittelstaedt/Stachow viene qui considerato una variante della TQL e un prototipo della OTQL. Il secondo tipo di approccio operativo considerato è quello di Giles. Esso è caratterizzato dall'opinione che idealmente una teoria fisica può essere completamente caratterizzata da, e riducibile a chiari termini operazionali. Questo approccio non è una variante della TQL, ma rappresenta un punto di vista alternativo ... che chiameremo GPL.”

Per chiarire meglio in che cosa l'approccio GPL si differenzia dagli altri, Holdsworth e Hooker scrivono (p.187, *ibid.*):

“Tutti i lavori discussi fino a questo punto [TQL, CTQL, MTQL, OTQL] hanno condiviso una certa volontà di riconoscere la capacità esplicativa delle teorie e di ammettere per le teorie un ruolo nell'identificazione degli esperimenti possibili [nel senso specificato a p. 25 a proposito dell'approccio “logico-linguistico”]. Comunque una certa tendenza [complessiva] può essere riconosciuta nel passare da Bub attraverso Mittelstaedt fino a Randall e Foulis, una tendenza che coinvolge una graduale transizione dal realismo logico, attraverso la descrizione delle precondizioni dell'esperienza, fino alla logica come linguaggio descrittivo formale. Così [col considerare questa tendenza] lo sviluppo tematico della nostra indagine ci ha portato all'approccio più lontano dalla TQL [cioè all'approccio GPL], in cui le strutture logiche nascono solo

perché riflettono le caratteristiche generali di quei linguaggi che sono usati nella formulazione delle teorie fisiche.”

Da queste dichiarazioni emerge un'ulteriore categoria interpretativa: Holdsworth e Hooker caratterizzano i loro approcci parlando di “ruolo della teoria” e specificano questo ruolo in termini di “capacità esplicativa” (la parte formale della teoria deve essere in grado di spiegare anche la realtà fisica) e capacità di “identificare i possibili esperimenti” (la teoria deve dare indicazioni allo sperimentatore riguardo i possibili esperimenti da realizzare). In riferimento alle citazioni che ho riportato, il “ruolo della teoria” di cui parlano Holdsworth e Hooker è il ruolo della teoria fisica (tutta la discussione ruota intorno alla MQ) e serve agli autori della classificazione per spiegare il rapporto tra la logica e la realtà. Secondo me, la domanda che Holdsworth e Hooker si pongono nelle due precedenti citazioni è questa: per la logica, la teoria fisica è la realtà? Oppure la logica può arrivare alla realtà facendo a meno della teoria fisica?

In questo senso sono “tradizionali” gli approcci CTQL e OTQL, perché considerano la teoria fisica (e in particolare la sua matematica) un filtro indispensabile (con gradazioni diverse) tra la logica e la realtà: la teoria precede la logica, nel senso che la definisce con il suo apparato matematico. Viceversa per l'approccio GPL il rapporto logica-teoria è più labile ed interviene ad un livello più generale (quello linguistico); inoltre in questo secondo caso la logica, essendo il linguaggio della teoria, precede la formulazione della teoria e non ne è una conseguenza.

Nelle citazioni che ho riportato non viene però nominato esplicitamente l'approccio modale (MTQL). Ho trovato solo il seguente passo (p. 174, *ibid.*) in cui Holdsworth e Hooker confrontano in maniera esplicita la MTQL con un altro approccio:

“L'approccio modale differisce dalla CTQL per diversi aspetti, tuttavia condivide con essa la volontà di conservare uno stretto rapporto con la teoria retrostante e nel caso della teoria quantistica di cercare strutture che sono insiemi parzialmente ordinati ortomodulari, oppure reticoli. Questa è la nostra caratterizzazione della MTQL. Una significativa differenza formale tra la MTQL e la CTQL è l'enfasi della prima sulla semantica, opposta all'enfasi della seconda sulla sintassi.”

Quindi almeno in termini della categoria “ruolo della teoria [fisica]” la MTQL è riconducibile alla CTQL, ma i due approcci si differenziano per l'altra categoria interpretativa riguardante la priorità tra sintassi e semantica.

In conclusione l'articolo di Holdsworth e Hooker sottende almeno tre categorie interpretative (priorità tra sintassi e semantica, punto di vista prelogico, ruolo della teoria fisica); è da notare però che queste categorie da sole non giustificano completamente la classificazione proposta.

La tabella 2 tenta una sintesi delle precedenti osservazioni.

**Tabella 2:** Le categorie interpretative di Holdsworth e Hooker

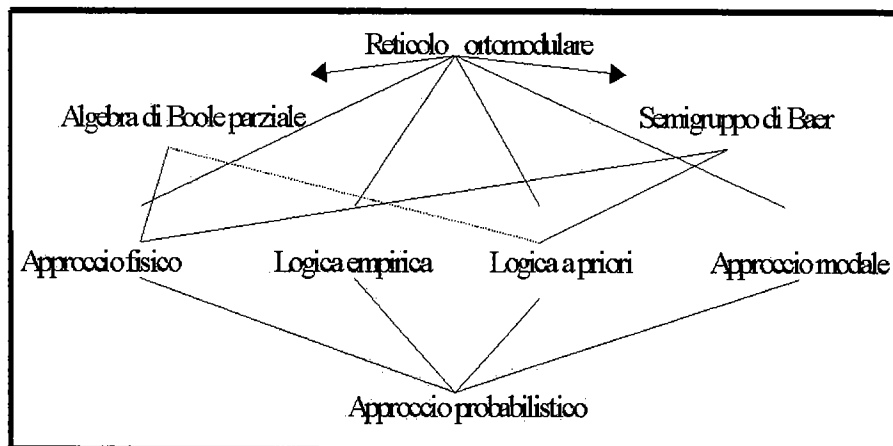
Approcci	Priorità tra sintassi e semantica	Puntodi vista prelogico	Ruolo della teoria fisica
<i>TQL (BvN)</i>	Sintassi	concettuale?	La logica e la matematica sono indistinguibili dalla teoria fisica
<i>CTQ (concettuale)</i> <i>GQL (Holdsworth)</i>	Sintassi Sintassi?	concettuale	La realtà giustifica non solo la teoria fisica, ma anche la logica
<i>MTQL (modale)</i>	Semantica	psicologico?	
<i>OTQL (operazionale)</i>	Semantica	operazionale	La logica è il linguaggio che descrive le operazioni fisiche della teoria
<i>GPL (logico-linguistico)</i>	Semantica?	linguistico	La logica è un linguaggio formale, operativamente fondato, autonomo rispetto alla teoria fisica

**Legenda:** il simbolo “?” indica i casi in cui la scelta non è esplicitamente compiuta da Holdsworth e Hooker, ma è stata da me ipotizzata in base alla loro caratterizzazione dei vari approcci; nel caso del punto di vista psicologico resta un’ambiguità, che, come ho mostrato in precedenza, è dovuta alla categoria interpretativa stessa.

### *3b Le categorie interpretative di Mittelstaedt*

Passiamo ora alla classificazione di Mittelstaedt. Per cercare di far emergere le sue categorie interpretative risulta particolarmente utile la seguente rappresentazione schematica delle relazioni tra i vari approcci che l’autore inserisce all’inizio del suo articolo [8].

FIGURA 1: La classificazione degli approcci alla LQ secondo Mittelstaedt



In questo schema Mittelstaedt individua tre livelli fondamentali: nel primo c'è l'approccio algebrico, che lo stesso autore definisce la "base degli altri approcci"; nel secondo livello ci sono l'approccio fisico, quello modale, la logica empirica e quella a priori, tutti legati ai reticoli modulari; infine questi approcci conducono tutti all'ultimo livello in cui c'è l'approccio probabilistico.

Con questo schema e il testo dell'articolo [8] si possono ipotizzare le seguenti caratterizzazioni della sua classificazione:

1) l'approccio probabilistico non è escluso da nessuno degli altri approcci; infatti nell'articolo Mittelstaedt cita in questo approccio autori che aveva precedentemente già classificato in approcci diversi; questo fatto è reso graficamente nello schema mediante le linee che portano da tutti gli approcci del secondo livello fino all'approccio probabilistico; quindi quest'ultimo non costituisce un indirizzo indipendente, ma uno sviluppo possibile per ogni altro approccio alla LQ (mi sembra che Mittelstaedt l'abbia menzionato solo per indicare un ambito di ricerca, a cui egli stesso, negli anni dell'articolo, si stava dedicando).

2) L'approccio del livello superiore, quello caratterizzato algebricamente, è chiamato la "base di tutti gli altri approcci"; quindi, poiché è la matrice comune a tutti gli altri indirizzi, non è utile per indicare le loro differenze.

3) Resta il secondo livello come parte fondamentale della classificazione di Mittelstaedt; su questo livello si può tentare di individuare alcune categorie interpretative.



La distinzione tra approccio empirico e approccio a priori richiama, anche nel nome, un problema filosofico di cui Mittelstaedt si è a lungo occupato e cioè il rapporto tra empirismo e a-priorismo nella fondazione della logica; quindi questa distinzione può fornire una categoria interpretativa. Risulta allora fondamentale chiarire che cosa Mittelstaedt intenda con questi due termini.

Per fare questo, occorre rifarsi ad altri scritti dell'autore; per il suo carattere illustrativo, ho preso in considerazione un articolo del 1986 dal titolo "Empiricism and apriorism in the foundations of quantum logic" [9]. Il percorso seguito da Mittelstaedt, per definire la logica a partire dalle precondizioni dell'esperienza, è riassunto nella tabella 3: le quattro colonne individuano i livelli che conducono sequenzialmente a questa definizione. La prima colonna indica le *assunzioni possibili* (ognuna delle quali può essere accettata o rifiutata) sul mondo reale (e quindi, passando per il linguaggio, anche sulla logica) e la maniera di osservarlo; le colonne 2, 3 e 4 traducono queste assunzioni in termini di *precondizioni del linguaggio* (dette "ontologia"), *linguaggio* e *logica*.

Dall'articolo [9], di cui la tabella 3 è una sintesi, risulta che la logica, secondo Mittelstaedt, ha una duplice giustificazione, sia quella a priori (le precondizioni del linguaggio, specificate nella colonna dell'ontologia), sia quella empirica (perché, come si può leggere nella colonna della logica, la semantica è influenzata dalle capacità sperimentali di chi osserva [observer] e dall'abilità linguistica [ovvero dalla capacità di dimostrare formalmente un enunciato] di chi parla [speaker]). Mittelstaedt ritiene che questa interpretazione della logica dimostri l'insufficienza sia della sola giustificazione empirica, che della sola giustificazione a priori. La giustificazione solo empirica è tipica, secondo Mittelstaedt, dell'approccio algebrico, perché in esso "si ricava la struttura della LQ dalla struttura matematica della MQ, che è una teoria fisica empiricamente fondata" (p. 520, *ibid.*). La giustificazione solo a priori della logica è considerata da Mittelstaedt tipica dell'approccio degli intuizionisti, per i quali "la logica segue dalle più generali regole delle possibili procedure di dimostrazione ed è perciò nota allo speaker-observer prima che il processo di dimostrazione venga attuato" (p. 521, *ibid.*). In questo senso la logica intuizionista (LI) è a priori, "in una accezione ancora più forte della logica classica" (p. 507, *ibid.*), perché non solo limita lo speaker classico nelle sue capacità linguistiche (la LC lo fa con i teoremi di Goedel), ma anche l'observer classico nelle sue capacità sperimentali (infinite).

**Tabella 3:** Le categorie fondazionali della logica secondo Mittelstaedt

<b>Assunzioni possibili</b> (ipotesi sulla struttura della realtà e	<b>Ontologia o Precondizioni del linguaggio</b> (note prima di applicare il linguaggio alla realtà)	<b>Linguaggio</b> (insieme delle proposizioni sperimentalmente provabili e delle	<b>Logica</b> (insieme delle proposizioni formalmente vere, cioè vere
--	--	---	--

sulla sua osservabilità)		loro composizioni per mezzo dei connettivi logici)	indipendentemente dal valore di verità delle sottoproposizioni sperimentalmente provabili)
<i>Decidibilità</i>	tra tutte le proprietà possibili, un oggetto possiede una proprietà o il suo opposto	Ogni proposizione a riguardante una proprietà di un sistema fisico ha un valore di verità ben definito; a è detta proposizione elementare	$a \vee \neg a$
<i>Determinismo</i>	ogni proprietà è riconducibile con passi finiti ad una proprietà elementare sperimentabile	Ogni proposizione composta A è scomponibile in un numero finito di proposizioni elementari a	$\forall A, \exists a: a \Rightarrow A$

<i>Stabilità</i>	una proprietà resta valida indipendentemente dalla presenza di altre proprietà	Ogni proposizione A resta valida indipendentemente dalla prova di un'altra proposizione B	$A \Rightarrow (B \Rightarrow A)$
<i>Pragmatica</i>	abilità di chi parla (speaker) e osserva (observer) di provare/confutare qualunque proprietà in un tempo finito	Le operazioni linguistiche necessarie alla verifica di una proposizione possono ammettere o meno infiniti passi	*è vero ciò che corrisponde alla realtà (Tarski): non ci sono limiti alle possibilità di conoscenza dello speaker-observer  * è vero ciò che lo speaker-observer riesce a provare (proof-semantics)

			* è vero ciò che è sperimentalmente provabile indipendentemente dalle capacità dello speaker-observer (process- semantics)
--	--	--	---

Chiarito il senso di “empirico” e “a priori”, ritorniamo alla classificazione degli approcci alla LQ sintetizzata nella figura 1. L’*approccio algebrico*, che con i suoi tre sottoindirizzi individua il livello superiore, è un approccio empirico. Il livello più basso, l’*approccio probabilistico*, può avere, per quello che si è già detto, una connotazione sia empirica che a priori. Nel livello intermedio, composto da quattro approcci, la *logica empirica* e l’*approccio fisico* sono ovviamente approcci empirici; inoltre la *logica a priori* è un approccio a priori; infine l’*approccio modale* potrebbe essere a priori nel senso di Mittelstaedt, perché l’introduzione dei connettivi “necessario” e “possibile” può essere giustificata modificando alcune ipotesi dell’ontologia; ad esempio, si può non rifiutare del tutto il *determinismo*, distinguendo però tra casi possibili e casi necessari.

Infine un’osservazione sui sottoindirizzi che Mittelstaedt individua nella sua classificazione per ogni approccio (eccetto quello probabilistico): l’autore ne cita ogni volta tre e questa sembra essere in alcuni casi una forzatura perfezionista. Ad esempio è lo stesso Mittelstaedt a dire che per l’approccio modale i sottoindirizzi sono “almeno” tre; quindi perché non citarne altri? Oppure la scelta di separare nell’approccio empirico Reichenbach dagli esponenti di un generico *approccio generale* (“general aspect of quantum logic”) sembra che sia stata fatta solo per arrivare a indicare tre sottocasi, in simmetria con i restanti indirizzi.

### 3c Confronto delle categorie di Holdsworth-Hooker e di Mittelstaedt

Confrontando le categorie interpretative di Holdsworth e Hooker (HH) riportate in tabella 2 e quelle di Mittelstaedt (M) riportate in tabella 3, si possono trarre le seguenti osservazioni:

- 1) Il *linguaggio*, così come lo definisce M, è la sintassi della logica; la *logica* di M è la semantica della logica: quindi è possibile associare la distinzione linguaggio-logica di M alla distinzione sintassi-semantica di HH.
- 2) M definisce *linguaggio* e *logica* a partire dall’*ontologia* (a priori); HH distinguono i vari approcci in base al rapporto sintassi-semantica, giustificandoli con i *punti di vista prelogici*. Quindi le ipotesi sull’ontologia (l’a-priori) svolgono in M un ruolo analogo a quello svolto in HH dai punti di vista prelogici.

3) I *punti di vista prelogici* di HH indicano un modo (in alcuni casi vago) di concepire la logica, mentre le ipotesi sull'ontologia di M sono le ipotesi che si possono accettare o rifiutare per arrivare a concepire un certo tipo di logica: quindi le ipotesi sull'ontologia possono spiegare quali assunzioni ha chi condivide un certo *punto di vista logico*. Se intese in questo senso, allora quelle di M sono opzioni meno vaghe.

4) Le ipotesi sull'ontologia di M definiscono anche in che maniera la logica si lega alla realtà empirica; sotto questo aspetto richiamano quello che in HH ho espresso con la categoria *ruolo della teoria fisica*.

La tabella 4 mette in evidenza i punti in cui, pur con le distinzioni fatte, le categorie di HH e M si sovrappongono.

**Tabella 4:** Un confronto tra le categorie interpretative di Holdsworth-Hooker e Mittelstaedt

Autore	Fondamenti della logica			
	HH	Ruolo della teoria fisica	Punto di vista prelogico	Priorità tra sintassi e semantica
M	Ontologia o Precondizioni del linguaggio		Linguaggio	Logica

**3d Il modello interpretativo di A. Drago e le classificazioni di HH e M**

Per approfondire la caratterizzazione delle due classificazioni che ho preso in considerazione utilizzerò in questo paragrafo il modello interpretativo di A. Drago ([3], [4]). Nella tabella 5 ho riportato le quattro opzioni che secondo Drago servono a classificare una teoria fisica; in base a queste opzioni sulla logica e sulla matematica restano individuati quattro modelli di teoria scientifica (in breve: MTS), che ho riportato in tabella 6 (gli esempi sono tratti da [3]).

**Tabella 5:** Le quattro opzioni di Drago espresse in termini intuitivi e formali

	IA	IP	OA	OP
<b>Concetto intuitivo</b>	Infinito in atto	Infinito potenziale	Organizzazione aristotelica	Organizzazione problematica
<b>Concetto formale</b>	Matematica classica	Matematica costruttiva	Logica classica	Logica non classica

**Tabella 6:** I quattro modelli di teoria scientifica (MTS) secondo Drago

	OA	OP
IA	<b>MTS newtoniano</b> Meccanica newtoniana (1687) Elettromagnetismo di Maxwell (1873)	<b>MTS lagrangiano</b> Meccanica lagrangiana (1788) Meccanica statistica (1900)
IP	<b>MTS cartesiano</b> Ottica geometrica (1630) Termodinamica classica (1851)	<b>MTS carnottiano</b> Meccanica di L. Carnot (1783) Termodinamica di S. Carnot (1824)

Secondo Drago [4], gli studi condotti finora sulla LQ non hanno tenuto conto di due premesse che risultano naturali nel suo modello interpretativo: 1) la MQ non è una teoria unitaria, ma presenta due tronconi incommensurabili; 2) bisogna distinguere tra i principi della teoria, ben esprimibili in termini della logica intuizionista (LI), e il corpo della teoria, formalizzabile in termini della logica classica (LC). Nessuno studioso della LQ ha tenuto conto di queste due premesse. E' quindi molto probabile che le due classificazioni, di HH e Mittelstaedt, hanno solo cercato di mettere ordine nel campo di una moltitudine di ricerche, le quali già di per sé non sono ben indirizzate. Infatti il loro risultato è stato un elenco poco preciso di approcci, ricavati per lo più induttivamente dalle tante ricerche compiute.

Visto nei termini di Drago, anche il fallimento della classificazione di Gudder può essere facilmente spiegato. Infatti Gudder voleva chiudere l'ampia tematica delle ricerche sulla LQ in una assiomatica, che usa liberamente tutta la matematica e che è capace di definire ogni approccio mediante una formalizzazione degli elementi fondamentali della MQ. E' chiaro che, secondo il modello di Drago, Gudder a priori ha già scelto l'opzione OA e IA, e quindi non può rappresentare la varietà delle ricerche sulla LQ, che inevitabilmente (anche se talvolta indirettamente) hanno esplorato anche le scelte IP e OP.

Ma esaminiamo meglio le categorie delle due classificazioni.

Mittelstaedt sceglie categorie interpretative con una forte connotazione filosofica. La sua classificazione si spiega distinguendo tra approcci che accettano una giustificazione a priori della logica e approcci che invece scelgono una giustificazione empirica. Alla luce delle opzioni di Drago, è interessante però notare che queste categorie logiche si mescolano in alcuni punti con quelle riguardanti la matematica; ad esempio nella tab. 3, sia a proposito dell'opzione sul *determinismo* che sulla *pragmatica*, ha un ruolo decisivo il concetto di infinito (rispetto al numero di passi e al tempo necessari in una dimostrazione). Mittelstaedt sembra non accorgersi che è possibile, così come Drago fa con il

concetto di MTS, scegliere le opzioni sulla logica indipendentemente da quelle sulla matematica.

Per la sola categoria logica, le scelte sia per Drago che per Mittelstaedt sono due (intuizionista-classica; a priori-empirica). Resta da vedere se sia possibile collegarle, utilizzando il fatto che Mittelstaedt si è espresso sulla logica intuizionista, dicendo che essa è a priori (nel senso che si è precedentemente specificato). Gli approcci di Mittelstaedt sono confrontati con le opzioni di Drago nella tabella 7.

**Tabella 7:** Un confronto tra le categorie logiche di Mittelstaedt (M) e quelle di Drago (D)

Approcci alla L secondo M	Le scelte di M	Le scelte di D sulla logica
<i>Algebrico</i>	Empirico	Classica
<i>Empirico</i>	Empirico	Classica
<i>A priori</i>	A priori	Intuizionista
<i>Modale</i>	A priori	Intuizionista
<i>Probabilistico</i>	Empirico-a priori	Intuizionista-classica

Nella tab. 7 ho indicato una corrispondenza tra le categorie “[approccio] empirico” e “[logica] classica”: questa mia scelta si basa sulla constatazione che un approccio logico, che privilegia una giustificazione empirica, tende a usare la logica dell’esperienza, che è una logica classica (non intuizionista), nel senso che non ammette l’indecidibilità (l’esperienza o riesce oppure non riesce). Inoltre ho caratterizzato l’approccio probabilistico con entrambe le categorie logiche usate rispettivamente da Mittelstaedt e da Drago; questo perché, come ho detto in precedenza, l’approccio probabilistico descritto da Mittelstaedt non è escluso da nessuno degli altri approcci alla LQ e quindi non privilegia una categoria logica in particolare.

In conclusione la scelta sul tipo di logica in Drago corrisponde bene in Mittelstaedt alla scelta delle assunzioni sull’ontologia; in particolare l’uso o meno della doppia negazione in logica è ricondotta, in termini delle precondizioni dell’esperienza, alla definizione delle capacità dello speaker-observer e all’accettazione o rifiuto dell’ipotesi sulla *decidibilità*. Le proprietà logico-linguistiche (*decidibilità* e *pragmatismo*) sono inoltre collegabili alla scelta IP di Drago sul tipo di infinito (in matematica e fisica), scelta IP che, indipendentemente da questo contesto, Mittelstaedt privilegia.

Passiamo ora alla classificazione più elaborata e complessa, quella di Holdsworth-Hooker (HH). La sintesi della tabella 2 si può interpretare nel seguente modo.

In termini della categoria *ruolo della teoria fisica*, suggerisco di leggere la classificazione di Holdsworth e Hooker come un progressivo allontanamento dal

modello di logica sottinteso dall'approccio tradizionale di BvN, che storicamente è stato il primo approccio alla LQ. Infatti in questa evoluzione del modo di concepire la logica rispetto alla teoria fisica, si possono individuare i seguenti passaggi:

1) nell'approccio tradizionale di BvN (TQL) la logica viene astratta dalle proprietà dello spazio di Hilbert, cioè dalla matematica della MQ, che è una teoria fisica empiricamente fondata; la LQ è dunque la logica della (matematica della) realtà fisica che la MQ descrive.

2) L'approccio concettuale CTQL (realismo logico) dà solo un'enfasi in più alla precedente posizione filosofica: la logica e la matematica sono indistinguibili dalla teoria fisica; è la realtà stessa che giustifica la logica. Secondo Holdsworth e Hooker, anche l'approccio modale (MTQL) può rispecchiarsi in questa enfasi; esso comunque, a differenza dell'approccio concettuale, ritiene prioritaria la semantica rispetto alla sintassi.

3) L'approccio tradizionale operativo (OTQL) incomincia a distinguere la teoria fisica dalla logica: incomincia a farsi strada l'idea che la logica sia solo il linguaggio formale della teoria fisica; la realtà giustifica la teoria fisica, ma non direttamente il suo linguaggio formale; la logica recupera il reale solo perché descrive le operazioni di misura necessarie alla teoria fisica, e solo in questo senso essa si fonda su tecniche di verifica operazionali.

4) L'approccio logico-linguistico (GPL) enfatizza la precedente posizione: la logica non attinge più la sua struttura dalla teoria fisica e cerca in questo modo una sua propria giustificazione in termini di realtà empirica; la logica si struttura come linguaggio formale autonomo rispetto alla teoria fisica, recuperando la realtà con una sua caratterizzazione operativa ancora più accentuata, rispetto all'approccio precedente, delle tecniche di verifica (si veda Giles).

Questo modo di presentare la classificazione di HH rappresenta un miglioramento dei risultati parziali e frammentari ottenuti in precedenza con le altre categorie della tab. 2, e in più permette, a mio giudizio, una lettura unitaria dei vari approcci.

Questa mia interpretazione è traducibile in termini delle opzioni di Drago mediante il suo concetto di MTS. Essa infatti equivale a sottolineare nella evoluzione degli studi sulla LQ un progressivo allontanamento dalla scelta del MTS basato su OA e IA, che è quello sottinteso dall'approccio tradizionale di BvN. Il punto 2 della mia progressione conferma la scelta di quel MTS; solo col punto 3 compare in logica la scelta OP dell'approccio operativo (Mittelstaedt e Stachow), mentre l'ultimo passaggio (Giles), nel tentativo di rafforzare l'operatività, affianca a OP la scelta IP sulla matematica.

Il fatto che sia la terza categoria della tab. 2 ("ruolo della teoria fisica") a spiegare meglio la classificazione di HH è indirettamente una conferma del modello interpretativo di Drago, visto che, come adesso mostrerò, è proprio

questa categoria che, più delle altre, accomuna Drago con HH. Infatti la categoria “ruolo della teoria fisica”, così come viene indirettamente caratterizzata nell’articolo di HH, è riconducibile a due fondamentali visioni di una teoria fisica: nella prima, la matematica e la logica non sono distinguibili dalla parte sperimentale della teoria (approccio tradizionale e approccio concettuale che enfatizza quello tradizionale); nella seconda, la logica costituisce una parte autonoma della teoria (approccio operativo e approccio logico-linguistico che enfatizza quello operativo). Queste due modi di concepire una teoria fisica, anche se solo abbozzati in HH, rappresentano un punto di contatto con il concetto di MTS di Drago, se si intendono come il riconoscimento all’interno di una teoria fisica di una componente non empirica, in qualche modo riconducibile alla matematica e alla logica usata. Per il resto però HH non sembrano distinguere all’interno di ognuna di queste componenti le possibili opzioni (due per la logica e due per la matematica). E’ questa mancanza, al livello delle scelte fondamentali in matematica e logica, che, come adesso farò vedere, rende difficile e frammentaria l’interpretazione della classificazione di HH con le restanti categorie della tab. 2, riportate nella colonna 1 e 2.

La prima colonna della tab. 2 dà una distinzione che appare surrogatoria dell’opzione tra OA e OP. Infatti è una teoria formalmente deduttiva quella che di solito privilegia la sintassi sulla semantica. In questo senso nella classificazione di HH i primi tre approcci (TQL, CTQL, GQL) sarebbero da interpretare con OA, mentre i restanti tre sarebbero ad OP. Questa conclusione ci dice che, a parte i casi (GQL e GPL) in cui non è immediato decidere la priorità tra sintassi e semantica, l’approccio tradizionale di BvN e quello concettuale sono espressioni di un modo di concepire la teoria in maniera aristotelica (OA), mentre l’approccio modale e operativo sono riconducibili ad una teoria organizzata problematicamente (OP). Da quanto si legge in HH tutto ciò sembra plausibile.

La seconda colonna della tabella 2 riporta i quattro punti di vista prelogici individuati da HH. Nel primo punto di vista, quello concettuale, sono indicati così vagamente esperimento, matematica e logica da non poter suggerire categorie metateoriche efficaci. Per questo motivo qui le due opzioni non sono evidenti e riguardano aspetti meno centrali dei due approcci. Sia BvN che i sostenitori dell’approccio concettuale pretendevano di immergere tutta la problematica della LQ all’interno del confronto ipotesi matematica-logica-esperimento: questo è il tradizionale approccio neopositivista, che, in termini delle opzioni di Drago, vuole unire l’OA della logica matematica con l’IA della matematica della teoria tradizionale. L’approccio modale (MTQL), che abbiamo visto essere difficilmente classificabile dal *punto di vista prelogico* di HH, sembra mettere in discussione OA per scegliere OP, ma il comportamento degli autori citati non è univoco.

Il punto di vista operativo, nella misura in cui veramente prende come base la categoria dell’operatività, può essere tradotto nella scelta IP sulla matematica,



ma questa scelta non è netta negli autori che HH classificano sotto questo punto di vista prelogico.

Il punto di vista linguistico è un punto di vista astratto rispetto alla fisica, alla matematica e alla logica e quindi rappresenta una categoria troppo generica rispetto alle due opzioni. L'unica valutazione possibile è quella sulle intenzioni dichiarate dai suoi sostenitori, i quali, stando a quello che dicono HH, sarebbero fortemente "operativi" sia a livello di logica che matematica. Quindi l'approccio logico-linguistico (GPL) sembra scegliere OP e IP. Restano però grossi dubbi sui modi con cui queste intenzioni vengono tradotte nella teoria fisica (soprattutto riguardo l'organizzazione formale); il solo articolo di HH non dà indicazioni sufficienti a questo proposito, quindi sarebbe necessario uno studio sui testi originali dei tanti autori che essi citano.

Infine l'approccio GQL, soprattutto con Holdsworth, ha una dichiarata impostazione operativa in matematica (IP), ma privilegia la tradizionale formalizzazione per via assiomatica (quindi non problematica) per l'organizzazione della teoria (OA).

Nella tab. 8 ho riassunto le precedenti considerazioni, che offrono una corrispondenza tentativa tra le categorie di HH e quelle di Drago.

**Tabella 8:** Un confronto tra le categorie di Holdsworth-Hooker e quelle di Drago

Approcci alla LQ secondo HH	Le opzioni di D	
	Logica	Matematica
<i>TQL</i>	OA	IA
<i>CTQL</i>	OA	IA
<i>MTQL</i>	OA / OP	IA
<i>OTQL</i>	OP	IA / IP
<i>GPL(Giles)</i>	OP / OA	IP
<i>GQL(Holdswort h)</i>	OA	IP

Riassumendo con le opzioni di Drago, la classificazione di HH può essere così interpretata:

1. dal punto di vista delle scelte fondamentali è difficile distinguere l'approccio tradizionale (TQL) da quello concettuale (CTQL); d'altra parte, gli stessi HH distinguono a volte i due approcci solo in termini vaghi, parlando di "enfasi" diversa. Nell'approccio modale (MTQL) la scelta sull'organizzazione della teoria non è netta e cambia da autore ad autore.
2. Nell'approccio operativo (OTQL) è più netta la scelta OP (almeno nelle intenzioni di Mittelstaedt e Stachow); questa scelta si

concretizza ad esempio nell'uso in logica del *dialogo*, inteso come scontro, discussione su un problema. Per la matematica prevale però la scelta IA, anche perché i primi tentativi di riformulare la matematica dello spazio di Hilbert in chiave costruttivista (opzione IP) risalgono solo agli anni settanta e presentano ancora problemi aperti.




In base alle opzioni dei primi quattro approcci si può allora concludere che l'aggettivo "tradizionale" usato da HH qualifica quegli approcci alla LQ che scelgono l'IA nella matematica. Questa scelta accomuna tutti gli autori che hanno dato per scontato lo stretto rapporto tra la logica e la matematica dello spazio di Hilbert; fin quanto non ci sarà una formulazione in chiave costruttiva di questa matematica, mancherà, a chi identifica logica e matematica, una valida alternativa alla scelta IA.

3. L'approccio linguistico sembra OP (l'operatività e il dialogo di Giles) e IP (costruttivismo) nelle sue premesse filosofiche, ma nelle teorie citate non si riesce a verificare queste premesse sulla base del solo articolo di HH.

### Conclusioni

L'analisi condotta nei paragrafi precedenti converge a sottolineare come categorie interpretative delle due classificazioni i rapporti tra matematica, logica e teoria fisica. In questo modo è possibile spiegare entrambe le classificazioni, così come mostra la seguente tabella.

**Tabella 9:** Una lettura unificata delle due classificazioni in termini del rapporto matematica, logica e teoria fisica.

Mittelstaedt (1981)	Holdsworth-Hooker (1983)	Interpretazione
Algebrico	Tradizionale	Teoria fisica $\leftrightarrow$ Matematica
Empirico	Concettuale	 Logica (algebra)
Modale	Modale	<i>(autori con scelte non univoche)</i>
A priori	Operazionale	Logica (linguaggio)  Teoria fisica (operazioni fisiche) 
Probabilistico	Logico linguistico <i>(indirizzo di ricerca compatibile con ognuno dei precedenti approcci)</i>	Matematica (concetti primitivi)

Nei primi due approcci indicati nella tabella 9, la matematica della teoria fisica (lo spazio di Hilbert) è presa come rappresentativa dell'intera teoria; la struttura algebrica associata a questo spazio è la logica della matematica e quindi dell'intera teoria; in questo senso la matematica (= teoria fisica) precede la logica. Nell'approccio modale gli autori non compiono scelte univoche. Negli approcci restanti invece la logica precede la teoria fisica, perché rappresenta il suo linguaggio e precede anche la matematica, perché serve a definire i suoi concetti primitivi.

E' interessante notare che in queste due grandi direzioni di indagine, si è quasi sempre risolto il problema del rapporto tra logica e teoria fisica, mediante l'approfondimento del rapporto tra logica e matematica, presa come rappresentativa di tutta la teoria. Sono state escluse, dalla maggior parte degli autori, le restanti componenti di una teoria fisica, ovvero la parte sperimentale e quella dei principi. Se qualche autore (ad esempio Putnam, Dalla Chiara) si è posto il problema del rapporto logica-esperimento, ponendo la questione se la logica sia empirica o meno, si è invece del tutto trascurato di chiarire il rapporto logica-principi di una teoria. Ciò rappresenta una grossa lacuna degli studi condotti finora in questo settore, e potrebbe spiegare il perché, ancora oggi, la logica quantistica risulti, per usare una espressione di van Fraassen, un "labirinto". Tenendo conto di queste considerazioni ho proposto in un altro lavoro [11] un nuovo approccio alla LQ ottenendo dei risultati molto interessanti.

## Bibliografia

[1] Dalla Chiara M. L. e R. Giuntini: "La logica quantistica" in G. Boniolo (ed.) *Filosofia della fisica*, Mondadori, Milano (1997), pp. 612-643.

[2] Dalla Chiara M. L.: "Problemi logici della meccanica quantistica", *Sapere* (dicembre 1983), pp. 42-46.

[3] Drago A.: *Le due opzioni*, La Meridiana, Molfetta (1991).

[4] Drago A.: "All'origine della meccanica quantistica: le sue opzioni fondamentali", in G. Cattaneo, A. Rossi (eds.): *I fondamenti della meccanica quantistica*, Editel, Cosenza (1991), pp. 61-79.

[5] Giedymin J.: "Geometrical and physical conventionalism of Henry Poincaré in epistemological formulation", *Studies in History and Philosophy of Science*, vol. 22, n. 1 (1991), pp. 1-22.

[6] Greechie R.: "A non standard quantum logic with a strong set of states", in E. G. Beltrametti, B. van Fraassen (eds.): *Current issues in Quantum logic*, Plenum Press, N. Y. (1981).

[7] Holdsworth D. G. and Hooker C. A.: "A critical survey of quantum logic", in *Logic in the 20<sup>th</sup> century*, *Scientia* (1983), pp. 127-246.

- [8] Mittelstaedt P.: "Classification of different areas of work afferent to Quantum Logic", in E.G. Beltrametti, B. van Frassen (eds.): *Current Issues in Quantum Logic*, Plenum P., N. Y. (1981), pp. 3-16.
- [9] Mittelstaedt P.: "Empiricism and apriorism in the foundations of Quantum Logic", *Synthèse*, 67 (1986), pp. 497-525.
- [10] Giles R.: "A non classical logic for Physics", *Studia Logica*, 33 (1974), pp. 397-415.
- [11] Drago A. e Venezia A.: "Proposta di un nuovo approccio alla logica quantistica", inviato a **Epistemologia**.