

## L'organizzazione teorica della Meccanica di d'Alembert

*Francesco Bevacqua<sup>1</sup>*

In una precedente comunicazione ho cercato di individuare quali siano i principi della meccanica di d'Alembert attraverso uno studio complessivo del *Traité de Dynamique* (1743) e quello che ne dicono gli storici precedenti.

Con questo secondo intervento voglio studiare quale sia l'organizzazione della sua teoria meccanica. Egli nell'*Encyclopédie Française* sostenne che ci sono due tipi di organizzazione e che lui preferiva quella "empirica" a quella razionale". In particolare allora valuterò quale tipo è stato seguito da d'Alembert nella sua proposta di una nuova teoria meccanica. A tale scopo approfondirò l'analisi, tra l'gi altri, del principio d'inerzia, che è centrale nella sua formulazione della meccanica, così come lo era nella meccanica di Newton. d'Alembert ne dà una versione di difficile validità, proponendone una "dimostrazione" attraverso il principio di ragion sufficiente ed entrando in sequenze logiche talvolta errate. Ne proporrò una ricostruzione critica tenendo conto che esso contiene delle doppie negazioni che indicano l'uso della logica non classica e della organizzazione detta oggi problematica. Ma data, la incoerenza complessiva Del testo, valuterò infine quale sia il tipo di organizzazione che appare più adatto alla sua teoria, al costo di estrarre solo alcune parti del suo testo.

Come è noto al tempo di Newton non c'era una uniformità di pensiero. Certo, Newton si era affermato su Cartesio con una teoria molto produttiva, ma non per questo esente da critiche (vedi le critiche alla forza-causa ed alla forza gravitazionale). Come caratterizzare questa diversità di impostazione della fisica al tempo di d'Alembert?

Tutti gli storici hanno studiato la storia della fisica del secolo XVIII e di d'Alembert in particolare secondo due categorie "newtonianesimo" e "cartesianesimo". In effetti quest'ultimo atteggiamento persistette a lungo oltre la nascita della meccanica di Newton. Ma noi sappiamo dalla famosa polemica sulla *vis viva*, (che si è prolungata fino alla fine del 1700), che era diffuso anche un altro atteggiamento, quello "leibniziano"; che purtroppo gli storici dimenticano, quasi che Leibniz sia stato solo un semplice seguace della meccanica di Cartesio. E' in questo contesto, di tre differenti atteggiamenti, che collocheremo d'Alembert.

Questo era avvertito dei successi del newtonianesimo e ne ha preso atto; ma non volle aderirvi; D'Alembert mantiene tutte le riserve di tipo filosofico e fondazionale che gli erano state sollevate contro da Leibniz. In particolare, si fa paladino della critica al concetto newtoniano di forza. Quindi d'Alembert non accetta la colonna portante della meccanica di Newton. Perciò cerca una sua rifondazione della meccanica. Non è un caso che il *Traité* includa nel titolo questa parola, "dinamica"; essa era stata inventata da Leibniz che aveva lanciato una "riforma della dinamica": d'Alembert si dichiara seguace (sia pure a modo suo) dell'atteggiamento di quest'ultimo.

Questa dinamica dovrà innanzitutto essere ben fondata "filosoficamente", cioè nei principi; il che, anche secondo Leibniz, significava non fare appello alla metafisica degli enti sovramateriali e quindi non invocare idee non verificabili (come le idee newtoniane di spazio e tempo assoluti); e poi però dovrà dar prova di essere capace di applicazioni altrettanto numerose di quelle della meccanica di Newton. Quindi continuità, per quello che è possibile, con Cartesio e Leibniz, ma innovazione rispetto ai loro schemi, sia in termini di principi sia in termini di capacità matematica di soluzione dei problemi. Questo è il programma che appare nella "Prefazione" al *Traité*.

---

<sup>1</sup> Gruppo di Storia della Fisica – Dip. Scienze Fisiche – Università "Federico II", Napoli

Le prime parole della prefazione sono “La certezza delle Matematiche”. Il tema della “certezza” era tipicamente un’eredità cartesiana e newtoniana, Per loro la Meccanica (allora inclusa nelle Matematiche) doveva essere fondata sulla certezza metafisica così come si conviene ad una grande impresa intellettuale, quale era la prima veritiera teoria del mondo reale.

D'Alembert non nega questo obiettivo, ma fa notare che ormai ci sono varie teorie scientifiche matematizzate; di esse, alcune (Algebra, Geometria, e meccanica cioè Statica) hanno <<Principi necessariamente veri ed autoevidenti>> (p. I); cioè la cui verità discende dalla ragione stessa e quindi hanno il più alto grado di certezza; altre teorie invece, arrivano alla certezza in quanto partono da <<Principi Fisici, cioè .... Verità di Esperienza, o .... Semplici ipotesi [metodologiche]>> e la loro certezza è, per così dire, una certezza di esperienza o di pura supposizione (p.I). Qui vediamo che d'Alembert prende atto di un cambiamento radicale della fondazione della scienza; non c'è più solamente la geometria euclidea con quella fondazione aristotelica-euclidea basata solo su principi autoevidenti (OA), che era stata ripetuta come unica possibile da Cartesio e da Newton (anche i principi di Newton sono annunciati con parole che esprimono questa pretesa di autoevidenza; d'altronde essi hanno poco di sperimentale). Galileo si era basato sulla evidenza degli esperimenti; ma non aveva prodotto una teoria compiuta. Comunque Leibniz aveva cercato di teorizzare la Fisica spiegando i fatti solo con i fatti (contingenti). Ora d'Alembert, pur mantenendo l'ideale di teoria solo deduttiva, eleva il secondo atteggiamento fondazionale a metodo compiuto, (chiaramente non cartesiano e neanche newtoniano) con pari dignità del vecchio.

### **Principio di inerzia**

Il principio di inerzia (come affermazione della equivalenza della quiete e del moto uniforme) segna il distacco tra la fisica moderna e la fisica antica.

Però il principio d'inerzia era stato inventato da Cartesio e ripetuto da Leibniz e Newton, enunciandolo come principio dell'uniformità del movimento libero. Anche d'Alembert dice: <<...sarà sempre un fatto incontestabile che una volta supposta l'esistenza del moto, la legge più semplice che un mobile può osservare nel proprio moto è la legge di uniformità; ed è quella che di conseguenza esso deve seguire>>. (p.IX) Quindi d'Alembert l'accetta come principio, ma ne vuole chiarire i fondamenti.

Nel suo testo segue la sua versione del principio d'inerzia; essa è scomposta nei due casi, la quiete ed il moto; e per ogni caso due frasi non equivalenti; in mezzo poi c'è un “corollario” ed una definizione. Il tutto è di difficile interpretazione, sia per la complessità di questa versione, sia per il rapporto fisica-metafisica che viene manifestato da d'Alembert.

Può essere utile ricordare la versione cartesiana e newtoniana del principio di inerzia per confrontarla con quella con quella (che poi vedremo) di d'Alembert; e così esaminare se questi abbia eventualmente risolto quelli che indicava come i limiti della formulazione newtoniana.

Newton: <<Ogni corpo libero da forze impresse persevera in uno stato o di quiete o di moto rettilineo uniforme, finché non interviene una causa esterna a modificare tale stato.>>

A sua volta d'Alembert inizia la sua formulazione della meccanica dichiarando: <<Si possono ridurre tutti i principi della meccanica a tre: la forza d'inerzia, il movimento composto [cioè il suo principio] e l'equilibrio...>>. Poco dopo prosegue con la definizione di forza d'inerzia [inerzia]: <<Chiamo con Newton forza d'inerzia la proprietà che hanno i corpi di restare nello stato in cui si trovano...>> (p. 3).

(L'aggiunta della parola "forza" era un vezzo degli scienziati del 1700; esso faceva proliferare le "forze", che si distinguevano tra loro per l'aggettivo che le accompagnava: (forza viva, forza morta, forza assoluta, ecc. ...).

Segue l'enunciato della prima legge, che riguarda solo i corpi in riposo; mentre la seconda legge enuncia concetti analoghi per il caso dei corpi in moto. Ciò sottolinea, a differenza di Cartesio e Newton, la equivalenza dello stato di quiete con lo stato di moto. In definitiva, essa pone il concetto di "stato" come basilare. Inoltre c'è una diversità tra i due casi, anche nella evidenza empirica degli enunciati delle due leggi: molto grande per la quiete, quasi nulla nel caso del moto.

<< I LEGGE 3. Un corpo in riposo vi persisterà a meno che una causa estranea non lo tiri via. Poiché un corpo non può mettersi in moto da solo.>> (p. 3)

In questo enunciato d'Alembert parla di "un corpo". Qui si nota una differenza con la definizione data da Newton ("ogni corpo ..."), dove si parla platonicamente di tutti i corpi di ogni tempo e di ogni luogo; in d'Alembert invece la situazione descritta appare non astratta, tipica di una situazione sperimentale.

Poi però d'Alembert ripete il concetto del "persevera" di Newton con il suo verbo "persiste", anche se questi verbi non hanno contenuto fisico, ma morale. Infine d'Alembert conclude la prima legge dicendo: <<... a meno che una causa esterna non lo tiri via.>> Questa affermazione è molto simile, ma differente da quella di Newton <<...finché' non interviene una forza esterna a modificare tale stato>>; infatti qui Newton parla scorrettamente di forza, cioè di una grandezza fisica di cui non ha ancora dato la definizione; il concetto verrà precisato solo con il suo II principio (a meno di intendere la "forza" come "forza-causa" metafisica, data a priori della teoria fisica).

D'Alembert giustamente non parla delle forze; al costo di essere generico, parla di "causa esterna". La parola "causa" non dà problemi se ci si riferisce solo ad interazioni di contatto, così come di solito fa d'Alembert; allora la causa è un altro corpo urtante. Ma se d'Alembert si riferisce ad interazioni generiche, così come lascia pensare il testo, allora la parola "causa" lega il suo principio alla metafisica, alla quale solamente appartiene il discorso sulle cause.

D'Alembert sente il bisogno di chiarire la parola; allora tenta di definirla, ma anche lui dopo I Legge cioè dopo che l'ha usata in questa I legge. Ma d'Alembert non dà una definizione valida di questi concetti perché entra in un circolo vizioso:

<<5. Si chiama in generale potenza o causa motrice tutto ciò che obbliga un corpo a muoversi.>> (p. 4). Questo concetto è lo stesso espresso dalla prima legge, solo che è ribaltato. Quindi i problemi su indicati restano irrisolti. (Le due dizioni, potenza o causa motrice, sono tipicamente leibniziane, anche se in Leibniz esse corrispondono al moderno concetto di energia e non di forza).

La prima legge termina curiosamente con l'affermazione: << .... poiché un corpo non può mettersi in moto da solo>>. In buona logica il "poiché" indica che la prima frase discende dalla seconda; la quale quindi sarebbe più generale della prima; perciò il vero principio sarebbe la seconda frase e non la prima. Allora la ricostruzione logicamente precisa del periodo della prima legge sarebbe la seguente: "Un corpo non può mettersi in moto da solo. Quindi se non c'è una causa esterna che lo disturba, un corpo in riposo vi persisterà." Ma la frase che ora è antecedente e che ora è diventata la più importante (e difatti d'Alembert lo enuncia anche a p. VIII, quando incomincia a parlare di dinamica), in realtà è una espressione del principio di ragione sufficiente; quindi essa esprime sì una affermazione generalmente sperimentale, ma soprattutto un principio euristico. (Si noti che anche l'espressione di d'Alembert di pag. IX, citata all'inizio di questo paragrafo, invoca la "semplicità" per stabilire la legge d'inerzia; qui "semplicità" è equivalente al principio di ragion sufficiente). Ora però, da un

principio euristico non discende deduttivamente una affermazione positiva di fatto; ne tanto meno ne può discendere un'affermazione sulla causa, che non veniva nemmeno menzionata nella attuale frase antecedente. Quindi il periodo di d'Alembert non è coerente logicamente sia per il poiché messo in mezzo al principio, sia perché ricostruendo la sequenza logica delle frasi, esse non risultano legate deduttivamente.

Tra prima e seconda legge d'Alembert pone stranamente un "Corollario": <<4. Si vede da qui che un corpo messo in moto da una causa qualsiasi, non potrà da solo accelerare ne' ritardare [il moto]>>. In realtà non è affatto chiaro come questa affermazione possa essere un corollario, cioè un'ulteriore affermazione facilmente dedotta dalla sua prima legge. Primo perché una cosa è la statica (la prima legge), una cosa la dinamica di cui tratta il corollario. Secondo, perché la seconda frase del corollario è un'altra espressione del principio di ragione sufficiente; e poiché l'ultima affermazione della I legge è un'affermazione sicura, essa non può essere l'antecedente di un principio euristico.

<< II LEGGE 6. Un corpo una volta messo in movimento da una causa qualsiasi, deve persisterci sempre uniformemente ed in linea retta, fino a quando una nuova causa, diversa da quella che l'ha messa in movimento, agirà su di lui; cioè, a meno che una causa diversa dalla motrice agirà sul corpo, questo si muoverà indefinitamente in linea retta e percorrerà spazi uguali in tempi uguali.>>. (p. 4)

Qui c'è un'altra novità importante rispetto a Newton; dicendo "una volta che ..." d'Alembert non afferma che è sempre possibile conoscere empiricamente quando con esattezza un corpo è in movimento e quando no: infatti la cosa è impossibile, sia per gli errori sperimentali sul valore  $v = 0$ , che per la difficoltà di scegliere un dato sistema inerziale con precisione assoluta. Quindi, l'affermazione che un corpo è in movimento dipende da delle nostre decisioni-convenzioni, secondo cui la misura della velocità è sicuramente  $\neq 0$  e il sistema è con buona approssimazione inerziale. Similmente all'affermazione su quando si sa sperimentalmente che un corpo non è in moto. Però questa novità viene contraddetta da quanto d'Alembert afferma ancor prima della prima legge: <<ora un corpo è necessariamente nello stato di riposo o in quello di movimento>> (p. 3); il che afferma proprio la capacità di decidere sempre ("è necessariamente") quando  $v \neq 0$  e quando no).

Comunque, dal punto di vista logico, tutta la II Legge appare una chiara conseguenza del Corollario della I Legge; in quanto non fa che specificare dei particolari tecnici in più di quando il corpo è in moto uniforme. Notiamo inoltre che anche la II Legge, similmente alla I Legge, ha un doppio enunciato. Ma è curioso che le due frasi della II legge siano con lo stesso contenuto fisico (e metafisico sulle cause); salvo un cambiamento di ordine dei vari pezzi delle due frasi e una variazione nella maniera di indicare il moto uniforme. Qui la seconda frase esprime lo stesso concetto della prima, ma vedendo il moto come un processo composto da passi successivi; mentre invece il primo enunciato esprime lo stesso concetto (per tutti i tempi e tutti i luoghi), dell'enunciato newtoniano.

Giustamente d'Alembert le lega con un "cioè". Ma non si capisce il perché di questa ripetizione. Per il resto la prima e la seconda frase del testo della seconda legge sono simili, benché più prolisse, a quella newtoniana. In più d'Alembert aggiunge una parola ("indefinitamente") che suggerisce la possibilità reale del moto perpetuo; ancora una volta d'Alembert non ha problemi a lasciare un'idea metafisica dentro l'enunciato di un principio.

Come schematizzazione della nostra analisi e per evidenziare le incongruenze di d'Alembert aggiungiamo una tabella dei legami logici tra le varie frasi della versione di d'Alembert per il principio di inerzia.

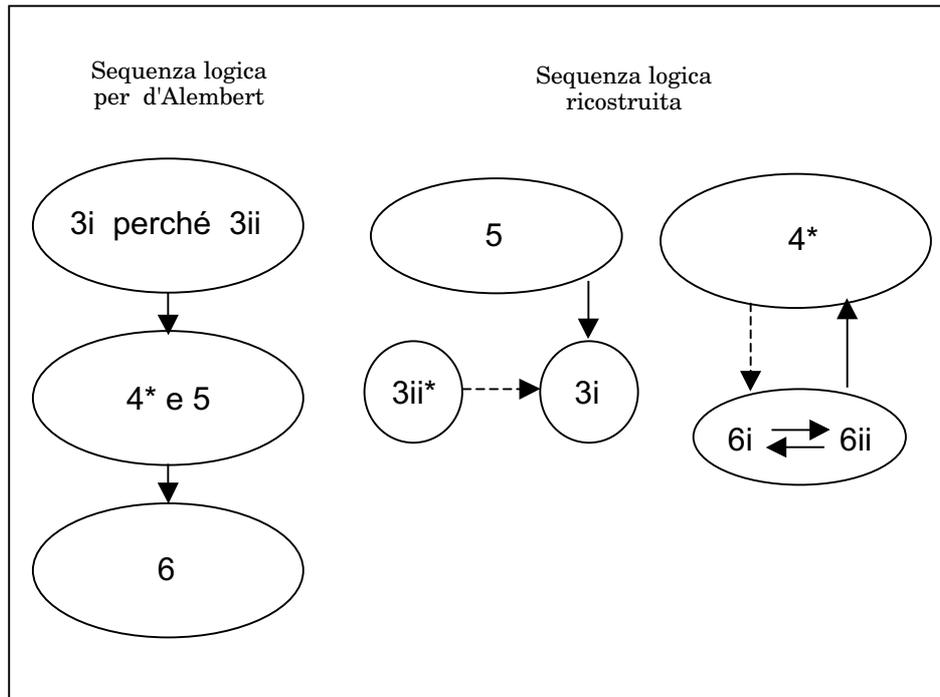
***Sintesi concettuale della presentazione di d'Alembert del principio di inerzia.***

Prima legge: { 3i. Un corpo in riposo vi persisterà "a meno che una causa estranea non lo tiri via"  
3ii. Poichè un corpo non può mettersi in moto da solo

Corollario: 4. Se in moto, da solo non può cambiare

Definizione: 5. E' "causa motrice tutto ciò che obbliga un corpo a muoversi"

Seconda legge: { 6i. "Un corpo una volta messo... in movimento, ... deve persisterci sempre uniformemente ed in linea retta ..."  
6ii. "... si muoverà indefinitamente in linea retta e percorrerà spazi uguali in tempi uguali"



L'asterisco \* sta ad indicare una affermazione che dipende dal principio di ragione Sufficiente. Da queste affermazioni non si potrebbero ricavare propriamente delle deduzioni. Perciò questo tipo di deduzioni (indicate con le frecce) sono tratteggiate.

La oscurità generale delle frasi dei suoi principi peggiora quando poi si legge la "dimostrazione" che d'Alembert vuole dare del principio di inerzia. Ora, un principio, per definizione, non è dimostrabile; altrimenti è un teorema; lo potrebbe essere solo se la dimostrazione costituisse la sua giustificazione metafisica; come in effetti vedremo che è in d'Alembert.

Analizziamo questa "dimostrazione": <<Infatti, o l'azione indivisibile ed istantanea della causa motrice all'inizio del moto è sufficiente per far sì che il corpo percorra una certa distanza, oppure al corpo necessita, per il suo moto, l'azione continuata della causa motrice.

Nel primo caso, è chiaro che lo spazio percorso può essere soltanto una linea retta descritta uniformemente dal corpo. Infatti, passato che sia il primo istante, l'azione della causa motrice non esiste più (per ipotesi), eppure il moto continua. Dovrà quindi di necessità essere un moto uniforme, dato che un corpo non può di per se stesso accelerare o ritardare il proprio moto (Art. 4). Non vi è, inoltre, ragione perché il corpo devii a destra piuttosto che a sinistra. Nel primo caso quindi (in cui assumiamo che il corpo sia capace di muoversi da se stesso per un certo tempo,

indipendentemente dalla causa motrice), esso si muoverà da se stesso durante questo tempo uniformemente ed in linea retta.

Ora un corpo che si può muovere così per un certo tempo deve continuare a muoversi perpetuamente nello stesso modo, se niente glielo impedisce. Si supponga infatti che il corpo parta da A (fig. 1) e sia capace da se stesso di percorrere uniformemente la linea AB.



Figura 1

Prendiamo due punti qualsiasi C e D su questa retta, che giacciono tra A e B. Ora il corpo, in D, si trova precisamente nello stesso stato di quando era in C, salvo il fatto che occupa un posto diverso. Quindi deve accadere al corpo D lo stesso di quanto gli è accaduto in C. Ma in C esso è, per ipotesi, capace di muoversi di moto uniforme fino a B. Quindi in D esso sarà capace di muoversi di moto uniforme fino a G, dove  $DG = CB$ , e così via. Se dunque l'azione iniziale ed istantanea della causa motrice può far muovere il corpo, esso si muoverà in linea retta, se una nuova causa non interviene ad impedire tale moto.

Nel secondo caso, poiché si è assunto che nessuna nuova causa, diversa dalla motrice, agisca sul corpo, niente determinerà la causa motrice ad aumentare o a diminuire. Ne segue che l'azione continua della causa motrice sarà uniforme e costante, così che, nel tempo in cui tale causa è in azione, il corpo si muoverà uniformemente ed in linea retta. Ma per la stessa ragione per cui la causa motrice agisce uniformemente e costantemente per un certo tempo, continuando per sempre fintantoché nulla impedisca la sua azione, è chiaro che questa azione deve sempre rimanere la stessa e produrre costantemente lo stesso effetto>>.

Questa "dimostrazione" del principio d'inerzia dipende dal "Corollario", che, assieme alla seconda legge (prima parte) è espressione del PRS. E con il PRS lui ragiona per ottenere la "dimostrazione". Ora, il PRS esprime un nostro ragionamento indipendente dai fatti; mentre invece lui lo considera come un'affermazione che obbliga il comportamento dei corpi; solo così egli finisce per affermare positivamente il fatto che  $\vec{v} = cost$ . Ma subito dopo sente la necessità di rafforzare o confermare la conclusione; e propone un ragionamento che si riferisce ad un processo, simile ad un processo di calcolo ricorsivo; questo esprime molto bene quanto potrebbe verificare un fisico sperimentale (se il moto in AB è uniforme, allora in ogni altro tratto è uniforme, visto che ricomincia da uno stato uguale a quello di A). Ma dipende tutto dall'ammettere che il corpo abbia iniziato il moto a velocità costante per un tratto finito (se fosse solo infinitesimo, il moto successivo potrebbe essere qualsiasi); e questo fatto (della finitezza del tratto già percorso a velocità uniforme) non gli è dato dalle sue premesse.

In totale possiamo concludere che d'Alembert accetta il concetto di inerzia per fedeltà al carattere sperimentale della fisica e con facilità ricorre al principio di ragion sufficiente, che è di natura metodologica. Ma ritiene che i principi della fisica debbano essere basati anche su concetti non contingenti, (come è il suo principio), cioè "necessari" alla mente umana, e quindi metafisici: ad es. causa, perseverare, moto perpetuo, su concetti. Il che crea una mistura di fisica empirica e di metafisica. Questa mistura è semplicemente diversa da quella di Newton (dove la metafisica del

concetto di forza-causa e' evidente e quella di spazio e di tempo sono da lui dichiarate; mentre la parte empirica è rappresentata da quanto quei principi sono collegabili alla realtà.)

Se valutiamo il complesso di quanto è da lui enunciato, notiamo una notevole complessità rispetto a Newton; e per di più le articolazioni introdotte da d'Alembert (quiete–moto, doppio enunciato per il caso della quiete, aspetto empirico) non comportano maggiore precisione nei concetti e nell'enunciato; c'è solo qualche miglioramento (“un corpo”, “una volta che”); però ci sono anche alcune oscure consequenzialità logiche (fino ad un circolo vizioso: la definizione di “azione motrice”). In totale bisogna concludere che qui d'Alembert né ha ridotto ad enunciati semplici il principio d'inerzia né, pur amplificandone gli enunciati, lo ha chiarito.

Si può dare anche un'altra interpretazione più metafisica del principio di inerzia di d'Alembert, intendendolo espresso alla maniera di Leibniz. Infatti riflettendo sul fatto che ognuna delle due leggi ha un doppio enunciato, possiamo pensare che in ognuna delle due leggi d'Alembert vuole sottolineare due caratteri, quello più astratto e universale e quello più empirico. Purtroppo, senza specificazioni ulteriori, questa duplicità di significati risulta essere però un'oscurità logica per il lettore. Ma ricordiamo che Leibniz aveva due “metafisiche”; una, che è quella intesa correntemente e che riguarda enti non sperimentabili; e una che in linguaggio moderno riguarda i principi di una teoria fisica, cioè la sua epistemologia. Perciò Leibniz, nell'enunciare un principio della teoria fisica ne dà una doppia versione: una metafisica e l'altra epistemologica. In più si noti che secondo Leibniz la epistemologia della teoria fisica, a differenza di quella matematica, deve essere formulata con proposizioni contingenti e non con verità apodittiche. Per cui ad es. Leibniz esprime così la conservazione dell'energia: <<La energia si conserva nella stessa quantità; o, anche, l'effetto intero è uguale alla sua causa>> (Essay de dynamique, 1692). Dove prima è l'epistemologia della fisica e poi metafisica.

Tutto ciò spiegherebbe i doppi periodi per ogni legge di d'Alembert; un periodo è metafisico, riguardando le cause; e l'altro è epistemologico; e in effetti esso è un'affermazione contingente perché è una espressione del PRS (salvo nella II Legge; qui il secondo periodo benché sia di tipo epistemologico, include il concetto di causa e anche “l'indefinitamente”).

Sotto questa luce il corollario è una tautologia metafisica, che si richiama non alla logica ma alla evidenza di questo concetto metafisico. Inoltre si spiegherebbe perché nel passare dalla I alla II Legge d'Alembert confonde il passaggio da  $v = 0$  a  $v = \text{cost.}$  con il passaggio da forza nulla al caso di una forza attiva (metafisica); infatti Leibniz riteneva che il caso di  $v = 0$  dovesse essere ottenuto per continuità da quello con  $v = \text{cost.}$  La dimostrazione infine sarebbe semplicemente un circolo vizioso (inteso come circolo virtuoso) tra affermazioni metafisiche e affermazioni metodologiche.

### Bibliografia

- Briggs, J. d'Alembert, in C.C. Gillispie (ed.) *Dictionary of scientific Biography*, Charles Scribner's Sons, 1971
- J. d'Alembert, *Traité de dynamique*, Culture et Civilisation, 1967
- D. Diderot, *J. Le Rond d'Alembert* (ed.) Enciclopedia francese, 1754, voce Meccanica
- A. Drago: *Il principio di d'Alembert non è un principio. Sua relazione con il principio dei lavori virtuali*, in P. Tucci (ed.) *Atti del XIX Convegno Nazionale di Storia della Fisica e dell'Astronomia*, 2000
- R. Dugas: *Histoire de la mécanique*, Griffon, Neuchatel, 1950, cap. II, V
- C. Fraser, *The original foundation and application in J. d'Alembert's Traite de dynamique*, Centaurus, vol. 28, pp. 31-61, 1985
- T.L. Hankins, *J. d'Alembert, science and enlightenment*, Clarendon press, Oxford, 1970
- E. N. Hiebert, *Historical roots of the principle of conservation of energy*, University of Wisconsin, Madison, 1962
- J.L. Lagrange, *Mécanique analytique*, Blanchard, Paris, 1965
- B. Lindsay e Margenau, *Foundations of physics*, Dover, 1963
- E. Mach, *La meccanica nel suo sviluppo storico critico*, Boringhieri, Torino, 1968
- G. Maltese: *Storia di F=ma*, Olschki, Firenze, 1992, p.9
- I. Newton: *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, London, 1687 pp.5-7
- M. Paty, *J. d'Alembert, portrait a plusieurs voix*, Centre International de Syntèse, edition des archives contemporaines, 1989
- G.S. Rousseau e R. Porter "Introduction", in G.S. Rousseau e R. Porter, *The ferment of knowledge*, Cambridge, 1980 pp.2-3.
- W. L. Scott, *The conflict between atomism and conservation theory 1664-1860*, New York, 1971
- C. Truesdell, *The rational Mechanics of Flexible or elastic bodies 1638-1788*, Introduction to: "L. Euler Opera omnia", Fussli Turici, pp. 186 – 191 in P. Tucci (ed.) *Atti del XVI Convegno di Storia della Fisica e dell'Astronomia*, 1996, p. 383 – 402
- Ystvan Szabo, *Geschichte der Mechanischer Prinzipien*, Birkhaus, 1979