

Niccolò Guicciardini<sup>1</sup>

IL DIBATTITO SUI METODI MATEMATICI PER LA FILOSOFIA  
NATURALE DI ISAAC NEWTON DAL 1687 AL 1736

**Il problema**

La domanda che guida la mia ricerca è: *quali sono i metodi matematici che Newton ha utilizzato nei Principia Mathematica?* Effettivamente il *magnum opus* della scienza del Seicento reca un titolo imponente, un titolo che è un programma e che per me, come storico, cela un mistero: *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Sappiamo molto sulla *philosophia naturalis* di Newton, sulla legge di gravitazione, sulla cosmologia del vuoto, degli atomi e delle forze, sul tempo e lo spazio assoluti. E' meno chiaro quali fossero i *principia mathematica* che hanno permesso a Newton di unificare fisica celeste e fisica terrestre.

Le ragioni di questa lacuna nella storiografia newtoniana sono molteplici. Il disinteresse degli storici della matematica per la matematica "applicata": sicché Newton è stato prevalentemente studiato come scopritore del calcolo, dell'algebra e della geometria delle cubiche. Il disinteresse degli storici della fisica per il linguaggio matematico in cui la fisica viene espressa (quante volte troviamo utilizzati dagli storici della fisica concetti matematici, notazioni, equazioni che non potevano essere scritti e pensati che a molti decenni di distanza!). *Last but not least*, la difficoltà stessa del linguaggio matematico dei *Principia*, un linguaggio che oggi ci appare arcaico, ostico, difficile da avvicinare.

Strano destino quello dei *Principia*. Un'opera citata e mitizzata fin dalla sua pubblicazione, ma scritta in un linguaggio che presto diventò quasi illeggibile perfino ai matematici più esperti. Come osserva Rupert Hall:

The *Principia* was to remain a classic fossilized, on the wrong side of the frontier between past and future in the application of mathematics to physics. (Hall (1958): 301.)

La mia domanda mi ha portato ad occuparmi di un matematico, e che matematico!, che si ritrovò dalla parte perdente, che utilizzò un metodo che è stato abbandonato.

**La letteratura disponibile (cenni)**

Gli storici della matematica raramente si occupano dei perdenti. Dato che i metodi matematici dei *Principia* newtoniani sono stati superati dai metodi analitici della scuola continentale, è a quest'ultima che è stata prestata attenzione. Esistono, da un lato, analisi approfondite delle dimostrazioni dei *Principia* consistenti in una traduzione di queste in termini moderni (si veda il recente, e utilissimo per me, Chandrasekhar (1995)). Brackenridge (1995) è invece un'ottima introduzione, rispettosa dello stile newtoniano, alle prime tre sezioni del libro 1. De Gandt (1995) una recente edizione, filologicamente attendibile, del *De motu*. Dall'altro abbiamo una serie di studi sulla traduzione dei *Principia* nel linguaggio della scuola continentale. La tendenza è abbandonare Newton e la sua scuola a se stessi: un ramo secco nella storia della matematica e quindi trascurabile. La storia del calcolo e della meccanica viene

---

<sup>1</sup> Dipartimento di Filosofia, Università di Bologna

*Niccolò Guicciardini Il dibattito sui metodi matematici per la filosofia naturale di Isaac Newton dal 1687 al 1736*

---

così indirizzata verso i successi di Euler e Lagrange (Truesdell è il campione di questo atteggiamento whiggish). Alcuni di questi studi sono comunque notevoli contributi: si pensi soprattutto a Bertoloni (1993). Il mio sforzo, fin dal mio *The development of Newtonian calculus in Britain, 1700-1800* (1989), è stato quello di recuperare il senso di quello che Newton e i suoi allievi hanno cercato di fare. Piuttosto che tradurre la loro opera in un linguaggio a noi familiare, o di leggerla in funzione del successo della scuola continentale, mi sembra importante capire le loro ragioni, metodi, valori, aspettative.

### **Il metodo**

Come trovare una risposta? In primo luogo, naturalmente, leggendo i *Principia*. Ma come leggerli? Mi sono reso immediatamente conto che quanto stavo facendo consisteva semplicemente nel “tradurre” le dimostrazioni di Newton nel linguaggio a me familiare del calcolo differenziale e integrale. Sapevo che esistevano già “traduzioni” di questo tipo, da quella classica di Brougham and Routh (1855) a quelle più recenti di Whiteside nelle note al sesto volume dei *Mathematical Papers* di Newton e di Chandrasekhar (1995). Ma, se la traduzione nel linguaggio contemporaneo è un passaggio obbligato per ogni storico delle scienze esatte, è anche vero che questo deve essere un momento provvisorio dell’analisi storica. Non volevo riscrivere il Routh e Brougham.

Ho preso quindi la decisione di leggere i *Principia* con gli occhi dei contemporanei di Newton. Ho intrapreso una ricerca sulla lettura dei *Principia* condotta da matematici quali David Gregory, de Moivre, Cotes, John Keill, Leibniz, Johann Bernoulli, Jacob Hermann, Varignon, ecc . Che valutazioni davano delle tecniche argomentative newtoniane? Come ci si convinse che queste erano insoddisfacenti? Chi le difese?

Come periodizzazione ho scelto il 1687 come limite inferiore e il 1736 come limite superiore. La seconda data è simbolica: è la data di pubblicazione della *Mechanica* di Euler. Con Euler la matematizzazione della dinamica entra in una fase radicalmente nuova, e non solo da un punto di vista matematico. Dopo la rivoluzione euleriana, come ha ben mostrato Truesdell, i *Principia* appartengono definitivamente al passato. Ma i cinque decenni immediatamente successivi alla pubblicazione dell’opera di Newton sono occupati da un vivace dibattito relativo alla matematica dei *Principia*. Geometri e filosofi della natura come Halley, De Moivre, John Keill, i fratelli Bernoulli, Leibniz, Huygens, Varignon, David Gregory, Hermann si impegnarono a leggere, a criticare, a difendere il *magnum opus*. Seguendo il dibattito sui metodi matematici dei *Principia*, un dibattito che vide come protagonisti i maggiori matematici europei possiamo sperare di riavvicinarci a questo testo da un punto di vista più aderente al contesto in cui è stato scritto. Il dibattito che sto cercando di ricostruire fu in verità una vera guerra, una guerra fra matematici: un capitolo della polemica fra newtoniani e leibniziani. Spesso le argomentazioni sono portate con retorica, più che con logica: sono le argomentazioni di avvocati, più che di geometri. Lo scopo era colpire l’avversario, difendere il proprio partito. Ma, nonostante ciò, è possibile vedere come questi matematici difendessero diversi programmi. Come condividessero diverse aspettative per la ricerca futura, diverse strategie di pubblicazione,

*Niccolò Guicciardini Il dibattito sui metodi matematici per la filosofia naturale di Isaac Newton dal 1687 al 1736*

---

diversi standard di rigore. Il dibattito sui metodi matematici dei *Principia* ruota attorno alla formazione di due scuole matematiche, la newtoniana e la leibniziana, che per buona parte del Settecento si opporranno l'una all'altra.

### Una vecchia questione

Un esempio di dove possa portare la mia ricerca è offerto dalla questione sui rapporti fra calcolo e metodi matematici dei *Principia*. Una vecchia questione, in verità, che giocò un ruolo non secondario nella polemica sulla priorità dell'invenzione del calcolo. *Newton ha impiegato il calcolo nei Principia?*

Effettivamente la cosa più sorprendente per un lettore non avvertito di storia è che nei *Principia* non si trova (quasi) traccia esplicita del calcolo infinitesimale. Pochissime le formule, abbondanti e intricati i diagrammi. Il lettore deve confrontarsi con una particolarissima geometria, in cui le figure sono concepite come "generate da un moto continuo". Un mio amico astronomo, nell'aprire un esemplare della seconda edizione in possesso della biblioteca del suo dipartimento, ha avuto addirittura "una crisi di coscienza". Ma come? Newton, l'inventore, negli *anni mirabili* 1666-1669, del calcolo infinitesimale (o meglio del calcolo "delle flussioni") non ha forse fatto uso di questo strumento nella sua matematizzazione dei moti planetari? Non ha utilizzato le equazioni differenziali (prima fra tutte " $F=ma$ ") nella sua scienza del moto, dell'accelerazione e della forza (su questa questione si veda l'attento studio di Maltese (1992))? Il calcolo sembra veramente il grande assente dei *Principia*.

L'opinione di Fontenelle, autore della prefazione al primo fortunato manuale dedicato al calcolo differenziale leibniziano, era la seguente:

C'est encore une justice dûe au sçavant M. Newton, & que M. Leibniz lui a renduë lui-même: Qu'il avoit aussi trouvé quelque chose de semblable au calcul différentiel, comme il paroît par l'excellent Livre intitulè Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica, qu'il nous donna en 1687, lequel est presque tout de ce calcul.' (L'Hospital (1696): xiv.)

La geometria dei *Principia*, basata sul concetto di limite e di grandezza infinitesima, sembrava a Fontenelle "qualcosa di simile", al calcolo differenziale di Leibniz.

A più di un secolo di distanza Whewell ci offre una risposta ben diversa. Leggiamo nella *History of the inductive sciences*:

The ponderous instrument of synthesis, so effective in [Newton's] hands, has never since been grasped by one who could use it for such purposes; and we gaze at it with admiring curiosity, as on some gigantic implement of war, which stands idle among the memorials of ancient days, and makes us wonder what manner of man he was who could wield as a weapon what we can hardly lift as a burden. (Whewell (1837): 167)

*Niccolò Guicciardini Il dibattito sui metodi matematici per la filosofia naturale di Isaac Newton dal 1687 al 1736*

---

Qualche decennio più tardi lo storico francese Marie sembra voler replicare a Fontenelle:

On trouve dans les *Principes de Philosophie naturelle* d'excellente Gèométrie infinitésimale, mais je n'y ai pas découvert d'Analyse infinitésimale: j'ajoute qu'à celui qui voudrait voir le calcul des fluxions dans le *Livre des Principes*, on pourrait aussi bien montrer le calcul différentiel dans l' *Horologium* [di Huygens]. (Marie (1886), 5: 12.)

Mentre Fontenelle sottolinea la modernità dei metodi newtoniani, affermando la loro equivalenza col calcolo, Whewell a Marie insistono sul carattere arcaico di questi metodi. Marie è in completo disaccordo con Fontenelle e accosterebbe i *Principia* all'*Horologium oscillatorium* piuttosto che alla leibniziana *Nova methodus*.

Newton stesso, durante la polemica con Leibniz, si trovò in una situazione imbarazzante. Da un lato egli voleva sostenere l'equivalenza fra i metodi dei *Principia* e il calcolo, in modo da dimostrare la sua priorità su Leibniz nella scoperta del calcolo infinitesimale. Dall'altro egli era convinto che i suoi metodi geometrici fossero superiori ai metodi algoritmici in voga sul Continente. Una tipica affermazione newtoniana è la seguente:

By the help of this new Analysis [I] found out most of the Propositions in his *Principia Philosophiae*. But because the Ancients for making things certain admitted nothing into Geometry before it was demonstrated synthetically, he demonstrated the Propositions synthetically that the systeme of the heavens might be founded upon good Geometry. And this makes it now difficult for unskillful men to see the Analysis by wch those Propositions were found out. (Newton (1967-1981), 8: 598-9.)

Il riferimento agli "Antichi" è frequente in Newton, ed è opportuno fare qualche commento. Dopo aver scoperto il calcolo alla fine degli anni Sessanta, per una complessa serie di motivi Newton non pubblicò la sua scoperta. Successivamente, negli anni Settanta, egli concepì una profonda avversione per i metodi simbolici. Newton cominciò a rileggere i testi della geometria greca, in particolare le *Collectiones* di Pappo. Egli si convinse della superiorità dei metodi "degli Antichi" rispetto ai "metodi dei Moderni". Questo atteggiamento si iscrive in un momento di interesse per la sapienza perduta dei saggi dell'antichità e di avversione per il cartesianesimo (geometria analitica inclusa). Newton pensava di avere come compito quello di riscoprire una conoscenza che era stata persa a causa della corruzione delle generazioni a lui vicine. Naturalmente il mito della *prisca* ha una lunghissima storia e Newton non faceva altro che recepire miti, atteggiamenti e idee molto diffuse nell'Inghilterra del suo tempo. E' noto che, negli anni Novanta, egli arrivò ad attribuire a Pitagora, agli antichi Ebrei, agli Egizi e ai Caldei la conoscenza della legge di gravitazione universale. Anche in matematica Newton è classicista e si dedicò con passione alla "restoration", alla "divination", dei libri perduti degli antichi geometri. Questi avrebbero posseduto un' "analisi nascosta", una "hidden analysis", ben superiore all'analisi cartesiana. Un tipico passaggio newtoniano scritto egli anni Settanta è il seguente:

*Niccolò Guicciardini Il dibattito sui metodi matematici per la filosofia naturale di Isaac Newton dal 1687 al 1736*

---

Indeed their [the Ancients'] method is more elegant by far than the Cartesian one.

For he achieved the results by an algebraic calculus which, when transposed into words (following the practice of the Ancients in their writings), would prove to be so edious and entangled as to provoke nausea, nor might it be understood. But they accomplished it by certain simple propositions, judging that nothing written in a different style was worthy to be read, and in consequence concealing the analysis by which they found their constructions. (Newton (1967-1981), 4: 277)

Il rifiuto che Newton oppone al calcolo infinitesimale è un evento spettacolare quanto il rifiuto della meccanica quantistica da parte di Einstein. Come Einstein, dopo aver dato contributi determinanti alla teoria quantistica, se ne distanzia poi per ragioni squisitamente epistemologiche, così Newton, lo scopritore del calcolo, si rifiuterà, dagli anni Settanta in poi, di affidarsi a questa teoria.

Le ragioni di Newton non sono solo legate al suo classicismo. Il calcolo appariva a molti come una teoria matematica molto insicura, basata su procedure e concetti mal definiti. Inoltre l'uso di simboli matematici non interpretabili geometricamente appariva a molti un salto nel vuoto. La scelta vincente fu quella di scommettere sul calcolo, nonostante le sue stranezze e lacune. Ma noi dobbiamo seguire con rispetto le ragioni di chi, compreso Newton, si rifiutò di considerare il calcolo come qualcosa di più che un *ars inveniendi*. Le dimostrazioni per Newton e i matematici della sua scuola andavano condotte in termini geometrici.

### **La mia risposta**

Ma, in definitiva, Newton utilizzò, almeno come strumento di scoperta, il calcolo nei *Principia*? Da un'analisi dei manoscritti newtoniani e della corrispondenza di Newton, e, soprattutto, da un'analisi delle note che circolavano fra i suoi allievi, si può dare una risposta parzialmente affermativa alla nostra domanda. E' possibile dimostrare che in alcuni casi isolati Newton dava istruzioni ai suoi discepoli di leggere le dimostrazioni dei *Principia* in termini di equazioni differenziali. Ciò confuta l'opinione accreditata secondo la quale la traduzione dei *Principia* in termini di equazioni differenziali fu un contributo interamente continentale. Costabel scrive:

One would be wrong in thinking that Newton knew how to formulate and resolve problems through the integration of differential equations. (Costabel (1967): 125.)

Leggendo i manoscritti di David Gregory conservati alla Royal Society e alla biblioteca di Christ Church (Oxford) si può vedere, contrariamente a quanto affermato da Costabel, che in alcuni casi isolati Newton era perfettamente in grado di scrivere le equazioni differenziali del moto. Egli, in particolare, dà istruzioni a Gregory su come determinare la traiettoria di un punto massa accelerato da una forza centrale che varia con l'inverso del cubo della distanza e

*Niccolò Guicciardini Il dibattito sui metodi matematici per la filosofia naturale di Isaac Newton dal 1687 al 1736*

---

su come determinate la figura del solido di minima resistenza. Questi due problemi erano affrontati rispettivamente nel Corollario 3 alla Proposizione 41 del Libro 1 e nello scolio alla Proposizione 35 (1 ed.) del Libro 2 dei *Principia*.

Questo è solo un esempio di quello che possiamo ottenere se andiamo oltre i testi pubblicati e prendiamo in considerazione gli scritti privati della scuola newtoniana. Leggendo la corrispondenza di De Moivre, i lavori di John Keill, le memorie di Halley depositate alla Royal Society, ecc. , è possibile dimostrare che i newtoniani erano in grado, almeno in alcuni casi, di trattare la filosofia naturale con metodi analitici.

La competenza matematica di Newton e dei newtoniani non è quindi molto diversa da quella dei loro rivali continentali. Ma è indubbio che il loro atteggiamento nei confronti dell'uso del calcolo nella filosofia naturale differisce drammaticamente da quello dei leibniziani. Sul Continente, matematici come Varignon, Johann Bernoulli, Jacob Hermann venivano incoraggiati da Leibniz ad applicare il calcolo alla nuova dinamica. A questo programma veniva data una grande importanza e pubblicità. La lettura Continentale dei *Principia* è, in questi anni, condotta anche per mostrare la superiorità dei metodi analitici su quelli geometrici. E' la *cogitatio caeca* che ci libera dal "peso dell'immaginazione", che ci consente sugli Antichi quei vantaggi a cui non possiamo rinunciare. Se la retorica newtoniana è sulla continuità fra i metodi di Newton e quelli della tradizione greca, per i leibniziani il calcolo è una *nova methodus*. Essi sostengono con forza, e polemizzano esplicitamente con i newtoniani su questo punto: è solo affidandoci al potere dell'algoritmo dei differenziali che si potranno superare "come d'incanto" difficoltà ritenute dagli Antichi insuperabili. Così scrive Leibniz al suo "maestro" olandese:

Je me souviens qu'autres fois lors que je consideray la cycloide, mon calcul me presenta presque sans meditation la pluspart des decouvertes qu'on a faites la dessus. Car ce que j'aime le plus dans ce calcul, c'est qu'il nous donne le même avantage sur les anciens dans la Geometrie d'Archimede, que Viete et des Cartes nous ont donnè dans la Geometrie d'Euclide ou d'Apollonius; en nous dispensant de travailler avec l'imagination. (Leibniz to Huygens (29.12.1691 OS), Leibniz (1849-1863), 2: 123)

**Due importanti precisazioni.**

Newton e i newtoniani si distanziarono dal calcolo solo per scrupoli metodologici e una passione per la *prisca sapientia*? No, le cose non stanno così: per due motivi.

1) La loro cosmologia imponeva problemi di una complessità gigantesca. La teoria della gravitazione newtoniana comporta lo studio di effetti quali le perturbazioni planetarie (il problema dei tre corpi), lo studio delle maree, l'attrazione dei corpi non sferici (per esempio l'attrazione sulla superficie di un ellissoide di rotazione). Il calcolo, così come era sviluppato alla fine del Seicento, consentiva ai newtoniani di affrontare matematicamente solo i problemi più semplici di dinamica. Il linguaggio geometrico offriva invece uno strumento

*Niccolò Guicciardini Il dibattito sui metodi matematici per la filosofia naturale di Isaac Newton dal 1687 al 1736*

---

abbastanza flessibile da consentire una trattazione almeno qualitativa degli aspetti più avanzati della teoria della gravitazione. Il disinteresse newtoniano per il calcolo sta anche in questo: nella consapevolezza che solo una frazione dei *Principia* poteva essere coperta dal “metodo delle serie e delle flussioni”. Per i leibniziani la situazione è ben diversa. Per loro i *Principia* non rivelano la verità sul mondo e, quindi, trovare una lingua matematica adatta alla totalità dell’opera newtoniana non è una priorità. I *Principia* sono piuttosto visti sul Continente come una palestra adatta a verificare l’efficienza dei muscoli del nuovo calcolo.

2) Vi è poi tutto un discorso da sviluppare sulle competenze dei lettori a cui i newtoniani e i leibniziani si rivolgevano. Per Newton e i suoi più stretti seguaci era importante affermare i *Principia* come testo dove veniva rivelata una nuova cosmologia. Newton voleva imporsi come portatore di una nuova verità. I *fellows* della Royal Society a cui era necessario rivolgersi avevano competenze matematiche o nulle, o costruite sulla lettura di Euclide e Apollonio. Leibniz, al contrario, voleva imporsi come portatore di un nuovo metodo di calcolo. Era interessato a formare a livello europeo una scuola di matematici che, colonizzando cattedre e posizioni nelle accademie, si facessero portatori di un nuovo linguaggio matematico: di fatto concepito da Leibniz, come un primo esempio di una più generale *characteristica universalis*.

### Conclusioni

Il confronto fra newtoniani e leibniziani sui metodi dei *Principia* è veramente a tutto campo. Ridurlo a una polemica avvocatessa è un vero delitto. Ho pubblicato per ora tre articoli dove il paziente lettore potrà trovare un’analisi più dettagliata dei temi che ho affrontato in questa sede. In Guicciardini (1995) ho considerato le critiche di Johann Bernoulli alla soluzione geometrica che Newton offre del cosiddetto “problema inverso delle forze centrali”. In (1996) ho mostrato come Hermann abbia per primo dato una soluzione in termini di calcolo della Proposizione 1 del Libro 1 (dove viene dimostrato che, se la forza è centrale, allora vale la legge delle aree). In (1998a) e in (1998c) affronto molti dei temi trattati in questa comunicazione. In (1998b) confronto i calcoli di Newton e Leibniz. Nei prossimi mesi sarà pubblicato un mio libro intitolato *Reading the Principia: the debate on Newton’s mathematical methods for natural philosophy from 1687 to 1736* nel quale, attraverso una ricostruzione del dibattito sui *Principia*, spero di poter contribuire alla interpretazione storica dei principi matematici newtoniani per la filosofia naturale.

### Riferimenti

- Bertoloni Meli, Domenico (1993) *Equivalence and Priority: Newton versus Leibniz, Including Leibniz’s Unpublished Manuscripts on the Principia*, Oxford
- Brackenridge, Bruce J. (1995) *The key to Newton’s dynamics*, Berkeley, Los Angeles, London
- Brougham, H. e Routh, E. J. (1855) *Analytical view of Sir Isaac Newton’s Principia*, London, Longman, et al. (Johnsons Reprint, The Sources of Science no. 116, 1972).

*Niccolò Guicciardini Il dibattito sui metodi matematici per la filosofia naturale di Isaac Newton dal 1687 al 1736*

---

Chandrasekhar, S. (1995) *Newton's Principia for the common reader*, Oxford  
Costabel, Pierre (1967) "Newton's and Leibniz's dynamics", *The Texas Quarterly* 10 (3): pp. 119-126.

De Gandt, François (1995) *Force and geometry in Newton's Principia*, Princeton

Guicciardini, Niccolò (1989) *The development of Newtonian calculus in Britain, 1700-1800*, Cambridge University Press

Guicciardini, Niccolò (1995) "Johann Bernoulli, John Keill and the inverse problem of central forces", *Annals of Science* 52.

Guicciardini, Niccolò (1996) "An episode in the History of Dynamics: Jakob Hermann's proof (1716) of Proposition 1, Book 1, of Newton's *Principia*", *Historia Mathematica* 23.

Guicciardini, Niccolò (1998a) "Did Newton use his calculus in the *Principia*?", *Centaurus* 40.

Guicciardini, Niccolò (1998b) "Newtons *Methode* und Leibniz' *Kalkül*", capitolo 3 di *Geschichte der Analysis*, N. Jahnke ed., (Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg)

Guicciardini, Niccolò (1998c) *Isaac Newton: un filosofo della natura e il sistema del mondo* ("I grandi della scienza", n. 2), Le Scienze, Aprile

Guicciardini, Niccolò *Reading the Principia: the debate on Newton's mathematical principles for natural philosophy 1687-1736* (Cambridge University Press) in corso di stampa

Guicciardini, Niccolò "Analysis and synthesis in Newton's mathematical work" in I.B. Cohen and G. Smith (eds.) *Companion to Newton*, (Cambridge University Press) in corso di stampa

Hall, Rupert (1958) "Correcting the *Principia*", *Osiris* 13: pp. 291-326.

L'Hospital, Guillaume-François-Antoine de (1696) *Analyse des Infiniment Petits, pour l'Intelligence des Lignes Courbes*, Paris.

Leibniz, Gottfried Wilhelm (1849-1863) *Leibnizens mathematische Schriften*, 7 vols (C. Gerhard ed.), Halle.

Giulio Maltese (1992) *La storia di "F=ma": la seconda legge del moto nel XVIII secolo*. Premessa di E. Bellone. Firenze: Biblioteca di "Nuncius", Studi e Testi VII, Leo S. Olschki

Marie, Maximilien (1886) *Histoire des sciences mathematiques et physiques*, Paris

Newton, Isaac (1967-1981) *The Mathematical Papers of Isaac Newton*, 8 vols, (D. T. Whiteside ed.), Cambridge .

Whewell, William (1837) *History of the inductive sciences*, London.